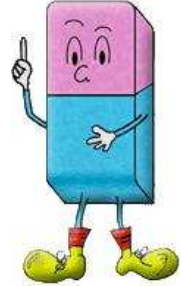


THEME 11 : CALCUL LITTERAL (2) EQUATION

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Résoudre des équations du premier degré à une inconnue
- ☞ Mettre un problème en équation en vu de sa résolution
- ☞ Résoudre des problèmes se ramenant au premier degré
- ☞ Résoudre une équation de la forme $x^2 = a$



A - RESOUDRE UNE EQUATION DU PREMIER DEGRE (Rappels)

Résoudre une équation consiste à trouver la valeur (ou les valeurs) de x qui vérifie l'équation. Une équation du 1^{er} degré n'a pas de x^2 .

Exemple : dans l'équation $5x - 9 = x - 1$, l'inconnue est x .

\swarrow \nwarrow
 1^{er} membre 2nd membre de l'équation

Pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue, on regroupe les termes contenant l'inconnue dans le membre de gauche et les autres nombres dans le membre de droite.

Méthode 1 : Résoudre une équation.

Exemple 1 : Résoudre l'équation $4x - 12 = 8 - x$

1. On écrit l'égalité :

$$4x - 12 = 8 - x$$

2. On regroupe les termes en x dans un des deux membres
(pour cela, on ajoute l'opposé de ce terme dans chaque membre) :

$$4x - 12 + x = 8 - x + x$$

$$5x - 12 = 8$$

3. On fait de même avec les termes ne contenant pas l'inconnue

$$5x - 12 + 12 = 8 + 12$$

$$5x = 20$$

4. On divise par 5 de chaque côté de l'égalité

$$\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$$

$$x = 4$$

5. On vérifie :

$$4x - 12 = 4 \times 4 - 12 = 16 - 12 = 4$$

et $8 - x = 8 - 4 = 4$

Conclusion : L'équation $4x - 12 = 8 - x$ a une seule solution : 4

Exemple 2 : « Rédaction plus rapide »

$$5x - 9 = x - 1$$

→ On repère les termes en x et les autres nombres.

$$5x - 9 - x = -1$$

→ On regroupe les termes en x dans le membre de gauche.

$$4x = -1 + 9$$

→ On regroupe les autres nombres dans le membre de droite et on calcule le nombre de x .

$$4x = 8$$

→ On calcule le membre de droite.

$$x = \frac{8}{4}$$

→ On « isole » x .

$$\boxed{x = 2}$$

→ On écrit le résultat plus simplement.

Conclusion : La solution de l'équation est 2

B - EQUATION PRODUIT NUL

Une équation produit nul est une équation de la forme : $(ax + b)(cx + d) = 0$

Le premier membre est un produit le second membre est égal à 0.

$(x + 7)(x + 2) = 9$ n'est pas une équation produit car le second membre n'est pas égal à 0.

$(x + 9) + (x - 5) = 0$ n'est pas une équation produit car le premier est une somme.

Pour résoudre une équation-produit nul, on utilise la propriété suivante:

Si l'un des facteurs est nul, alors le produit est nul: Si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$.

Méthode 2: Résoudre une équation produit nul

Exemple: Résoudre l'équation $(x - 1)(4x + 8) = 0$.

$$(x - 1)(4x + 8) = 0$$

☞ On identifie une équation produit.

Si $(x - 1)(4x + 8) = 0$

☞ On utilise la propriété du cours

alors $x - 1 = 0$ ou $4x + 8 = 0$ (Attention à respecter la même rédaction: " le **ou** et le **et** ")

$$x = 1$$

$$4x = -8$$

☞ On résout les deux équations du premier degré à une inconnue

$$x = -2$$

Conclusion : Les solutions de l'équation sont -2 et 1 ☞ On conclut en donnant les solutions.

C - MISE EN EQUATION ET RESOLUTION

Méthode 3 : Mettre en équation un problème et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

Exemple : Trois frères se partagent 1 600 euros. L'aîné reçoit 200 euros de plus que le deuxième et le deuxième reçoit 100 euros de plus que le cadet.
Combien reçoit le cadet ?

SOLUTION

Choix de l'inconnue :

On note x le nombre d'euros que le cadet reçoit.

Mise en équation :

Le deuxième reçoit $x + 100$

L'aîné reçoit $x + 100 + 200$

On a donc l'équation :

$$x + x + 100 + x + 100 + 200 = 1\,600$$

Résolution de l'équation :

$$x + x + 100 + x + 100 + 200 = 1\,600$$

$$3x + 400 = 1\,600$$

$$3x = 1\,600 - 400$$

$$3x = 1\,200$$

$$x = 1\,200 : 3$$

$$x = 400$$

Vérification :

Le cadet reçoit **400 (€)**

Le deuxième reçoit **400 + 100 = 500 (€)**

L'aîné reçoit **500 + 200 = 700 (€)**

Au total : $400 + 500 + 700 = 1\,600$ (€)

Conclusion :

Le cadet reçoit 400 euros

COMMENTAIRE

Commencer par une lecture approfondie de texte pour savoir ce que l'on recherche.

Traduire les données sans en oublier.

La résolution met en œuvre les différentes méthodes vues précédemment.

Il faut vérifier la compatibilité de la solution trouvée avec le texte (par exemple : résultat positif pour un prix, une distance ...)

D - RESOLUTION DE L'EQUATION $x^2 = a$

Propriété :

Si $a > 0$, alors l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions : \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$ et de.
L'équation $x^2 = 0$, admet une seule solution : 0
Si $a < 0$, alors l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution

Méthode 4 : Comment résoudre une équation de la forme $x^2 = a$

1°) Résoudre l'équation $x^2 = 9$.

9 est positif donc les solutions de l'équation $x^2 = 9$ sont $\sqrt{9} = 3$ et $-\sqrt{9} = -3$

2°) Résoudre l'équation $x^2 = -7$.

-7 est négatif donc l'équation n'a pas de solution

3°) Résoudre l'équation $7x^2 = 49$.

$7x^2 = 49$ soit $x^2 = \frac{49}{7} = 7$. 7 est positif donc les solutions sont $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$

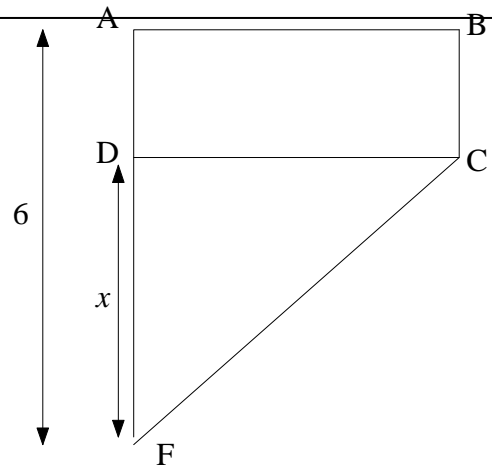
Objectif Brevet : France métropolitaine – Juin 20092

On considère la figure ci-après où les dimensions sont données en cm et les aires en cm^2 .

ABCD est un rectangle. Le triangle DCF est rectangle en D.

1. Dans cette question, on a $AB = 4$; $AF = 6$ et $DF = 2$.

- Calculer l'aire du rectangle ABCD.
- Calculer l'aire du triangle DCF.



2. Dans la suite du problème, $AB = 4$; $AF = 6$; $DF = x$ et $AD = 6 - x$.

- Montrer que l'aire du triangle ABCD est $24 - 4x$.
- Montrer que l'aire du triangle DCF est $2x$.

3. Résoudre l'équation $24 - 4x = 2x$.

Pour quelle valeur de x , l'aire du rectangle ABCD est-elle égale à l'aire du triangle DCF ?

.....
.....
.....
.....
.....

Objectif brevet : *Extrait session 2012 – exercice n°4*

On cherche à résoudre l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

1. Le nombre $\frac{3}{4}$ est-il solution de l'équation ? le nombre 0 ?
2. Prouvez que, pour tout nombre x , $(4x - 3)^2 - 9 = 4x(4x - 6)$
3. Déterminer les solutions de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$

1.
.....
.....
.....
.....

2.
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3.
.....
.....
.....
.....
.....
.....