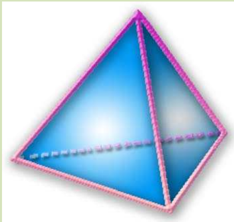
Thème 8: GEOMETRIE DANS L'ESPACE (1)
SE REPERER DANS L'ESPACE - SPHERE ET BOULE – VOLUME

A la fin du thème, tu dois savoir :

- Se repérer dans l'espace
- Définition d'une sphère et d'une boule
- Volume d'une boule
- Lire les coordonnées des sommets d'un pavé droit
- Placer un point dans un repère de l'espace
- Trouver les coordonnées d'un point sur une sphère.
- Placer un point de coordonnées données sur une sphère.



Exercice n°1 : On a représenté ci-dessous le cube ABCDEFGH.

1°) On se place dans le repère (A ; B, E, D).
Ecris les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H.

A (0 ; 0 ; 0)   B (1 ; 0 ; 0)   C (1 ; 0 ; 1)   D (0 ; 0 ; 1)

E (0 ; 1 ; 0)   F (1 ; 1 ; 0)   G (1 ; 1 ; 1)   H (1 ; 1 ; 1)

2°) Quelle est l'ordonnée des points situés : sur la face ABCD ? ordonnée 0

sur la face EFGH ? ordonnée 1

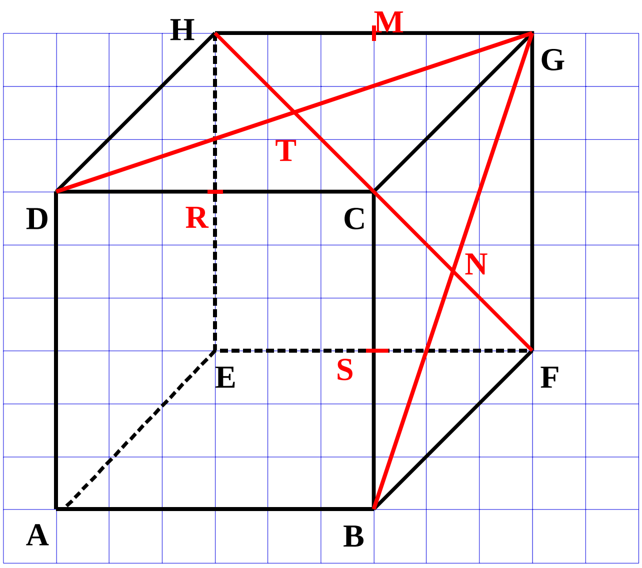
3°) a. Place le point M milieu de l'arête [HG].
Place le point N intersection des diagonales de la face CGFB.

b. Ecris les coordonnées des points M et N : M (0,5 ; 1 ; 1)   N (1 ; 0,5 ; 0,5)

4°) Place sur la figure les points R (0 ; 1 ; 0,5) , S (1 ; 0 ; 0,5) , T (0,5 ; 0,5 ; 1)

5°) On se place dans le repère (E ; A, F, H)
Indique les coordonnées des points A, G, B, M et N dans ce nouveau repère.

A (1 ; 0 ; 0)   G (0 ; 1 ; 1)   B (1 ; 1 ; 0)   M (0 ; 0,5 ; 1)   N (0,5 ; 1 ; 0,5)

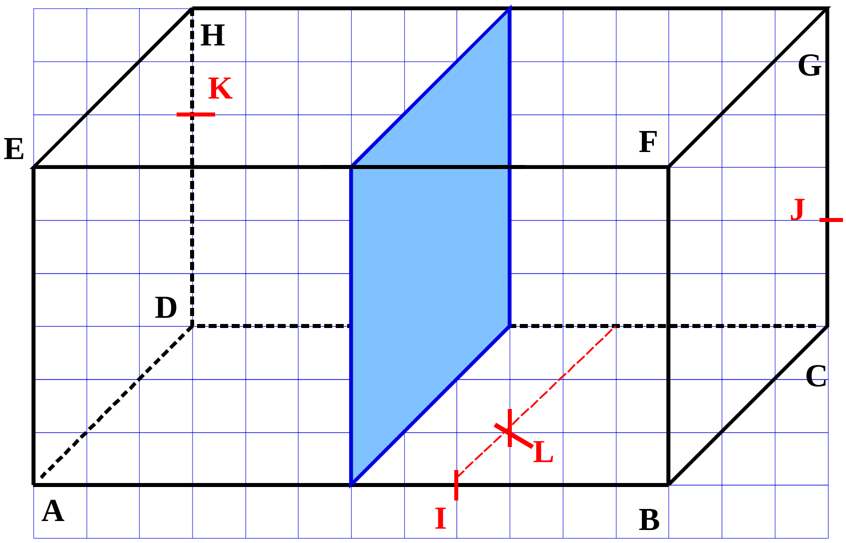


Exercice n°2 : On a représenté ci-dessous le parallélépipède rectangle ABCDEFGH.
On se place dans le repère (A ; B, D, E)

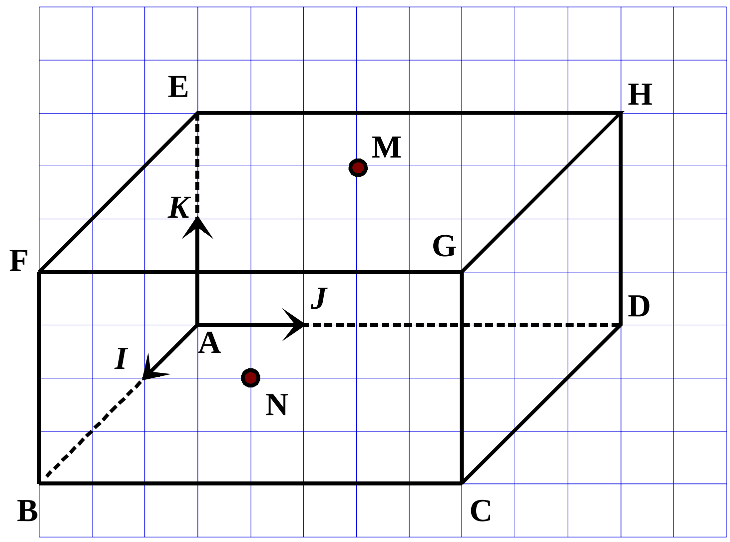
1°) Place le point I de coordonnées ($\frac{2}{3}$; 0 ; 0)

2°) Lire les coordonnées de points J, K, L : J (1 ; 1 ; $\frac{1}{3}$) K (0 ; 1 ; $\frac{2}{3}$) L ($\frac{2}{3}$; $\frac{1}{3}$; 0)

3°) Colorie l'ensemble des points d'abscisse 0,5 à l'intérieur du parallélépipède rectangle.



Exercice n°3 : L'origine est le sommet A, les axes sont portés par les demi-droites [AI), [AJ) et [AK).



1°) Détermine les coordonnées des points A, I, J, K, B, D, E, H, C, G et F.

A (0 ; 0 ; 0) I (1 ; 0 ; 0) J (0 ; 1 ; 0) K (0 ; 0 ; 1) B (3 ; 0 ; 0) D (0 ; 4 ; 0) E (0 ; 0 ; 2)

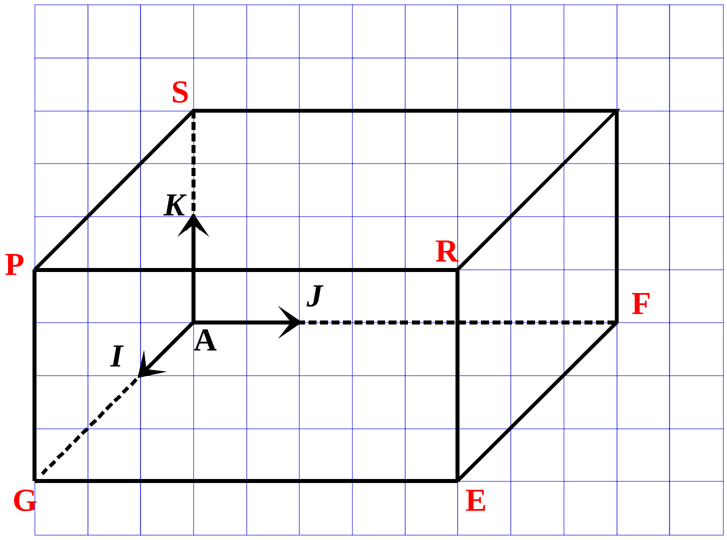
H (0 ; 4 ; 2) C (3 ; 4 ; 0) G (3 ; 4 ; 2) F (3 ; 0 ; 2)

2°) Le point M appartient à la face EFGH. Quelles ont les coordonnées de M ? : M (1 ; 2 ; 2)

3°) Le point N appartient à la face BCGF. Quelles ont les coordonnées de N ? : N (3 ; 2 ; 1)

Exercice n°4 : L'origine est le sommet A, les axes sont portés par les demi-droites [AI), [AJ) et [AK).
Place les points suivants :

R (3 ; 4 ; 2) ; P (3 ; 0 ; 2) ; S (0 ; 0 ; 2) ; E (3 ; 4 ; 0) ; F (0 ; 4 ; 0) ; G (3 ; 0 ; 0)

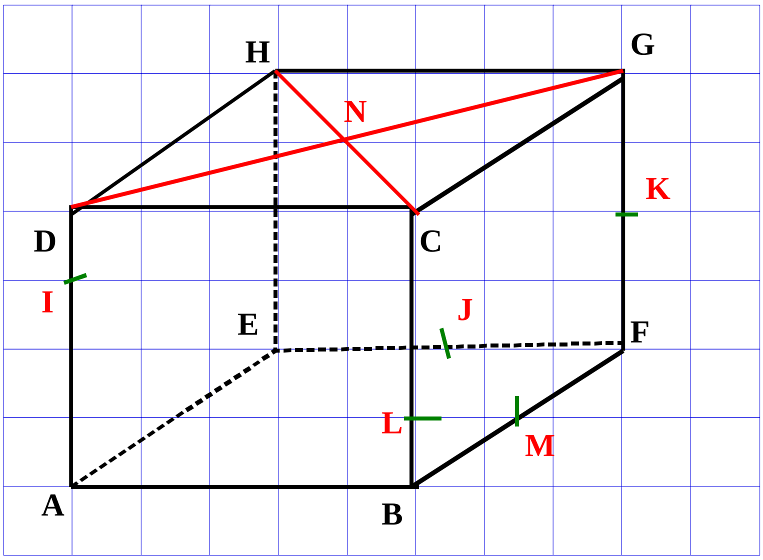


Exercice n°5 : On a représenté ci-dessous le parallélépipède rectangle ABCDEFGH.
On se place dans le repère (A ; B, E, D)

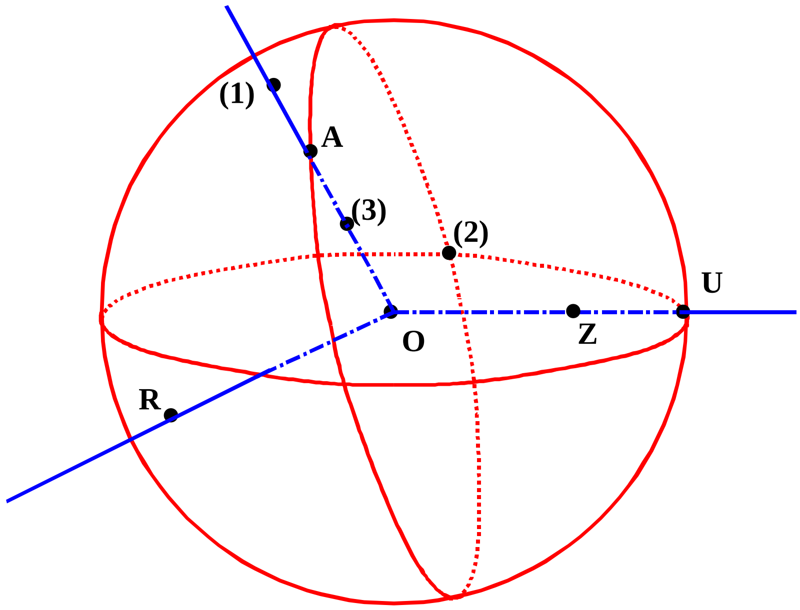
1°) Place les points I, J, K et L de coordonnées : I (0 ; 0 ; $\frac{3}{4}$) , J (0,5 ; 1 ; 0) , K (1 ; 1 ; 0,5) , L (1 ;0 ; $\frac{1}{4}$)

2°) Place le point M milieu de [BF] et le point N, point d'intersection des diagonales de la face CDHG.

Lire ensuite les coordonnées des points M et N : M (1 ; 0,5 ; 0) N (0,5 ; 0,5 ; 1)



Exercice n°6: « Définition de la sphère et de la boule »



1. Préciser si les points A, Z, U et R de la figure appartiennent à la sphère ou à la boule:

- à la sphère: **A et U**.

- à la boule: **A , U , et Z**.

2. Les points ①, ② et ③ de la figure se nomment en réalité M, N et P mais on ne sait pas dans quel ordre.
On sait seulement que M appartient à la boule, que N n'appartient pas à la boule et que P appartient à la boule sans appartenir à la sphère

Compléter: ① est le point **N** , ② est le point **M** , ③ est le point **P**.

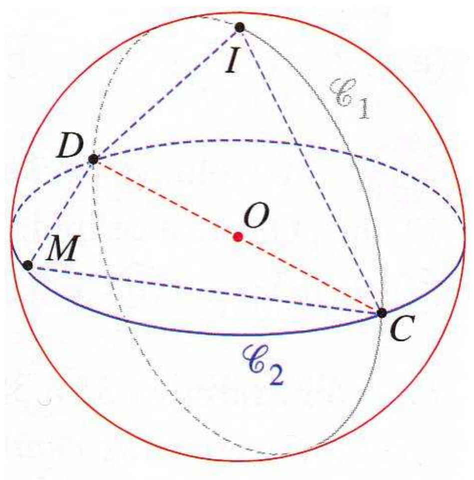
Exercice n° 7 : Calcule le rayon d'une sphère de circonférence 43,96 cm

Soit P la circonférence, on a : $P = 2\pi$ r avec P = 43,96 cm

D'où : $r = \frac{P}{2\pi} = \frac{43{,}96}{2\pi} \approx 7$. Conclusion : Le rayon de la sphère est environ 7 cm

Exercice n°8 : On considère une sphère de rayon R. On désigne par C_1 sa circonférence.

1. Exprime C_1 en fonction de R et de π. **$C_1 = 2\pi R$**
2. On considère une sphère de rayon double du précédent. On désigne par C_2 sa circonférence.
3. Exprime C_2 en fonction de R. **$C_2 = 2\pi(2 \times R) = 4\pi R$**



Exercice n° 9:

Le point O est le centre d'une sphère de rayon 5 cm.
Les grands cercles *C1* et *C2* sont sécants aux points D et C.
Les points I et M sont situés respectivement sur les cercles *C1* et *C2* . On donne $\widehat{ODI} = 45°$ et $\widehat{DCM} = 30°$.

1. a) Que représente les segment [DC] pour les cercles *C1* et *C2* , et pour la sphère ? **Un diamètre**

b) Donne les longueurs CD, OI et OM.

CD = 10 cm ; OI = OM = 5 cm

2. a) Quelle est la nature des triangles CDM et CDI ? : **Triangles rectangles**

b) Calcule les longueurs CI et MD.

• Dans le triangle CDI rectangle en I, on a : $\sin\widehat{CDI} = \frac{IC}{DC}$. Soit $IC = DC \times \sin\widehat{CDI} = 10 \times \sin 45° \approx 7$

D'où : **IC ≈ 7 cm.**

• Dans le triangle CDM rectangle en M, on a : $\sin\widehat{DCM} = \frac{DM}{DC}$. Soit $DM = DC \times \sin\widehat{DCM} = 10 \times \sin 30° = 5$

D'où : **DM = 5 cm.**

Exercice n° 10: Calcule le volume d'une bille d'acier de diamètre 6 cm.

On a : $\frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{6}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\times\pi\times 3^3 = \frac{4}{3}\times\pi\times 27 = 36\pi \approx 113{,}09$

La bille d'acier a un volume de 113 cm^3.

Exercice n° 11: Une quille en bois est formée d'un cylindre surmonté d'une sphère, qui ont tous deux même diamètre de 8 cm. La hauteur totale est 40 cm. Calcule le volume de la quille.

Soit V le volume de la quille, on a :

$$V = \pi\times\left(\frac{8}{2}\right)^2\times(40-8)+\frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{8}{2}\right)^3 = \pi\times 4^2\times 32+\frac{4}{3}\times\pi\times 4^3 = 512\pi+\frac{256}{3}\pi \approx 1608{,}5+268{,}1 \approx 1876{,}6$$

La quille a un volume de 1 877 cm^3 environ.

Exercice n°12: Observe la carte ci-dessous et réponds aux questions.

1°) a. Sur quel méridien se trouve New York ? : Le méridien 70° Ouest

Complète : Sa longitude est 70° O

b. Sur quel parallèle se trouve New York ? : Le parallèle 40° Nord

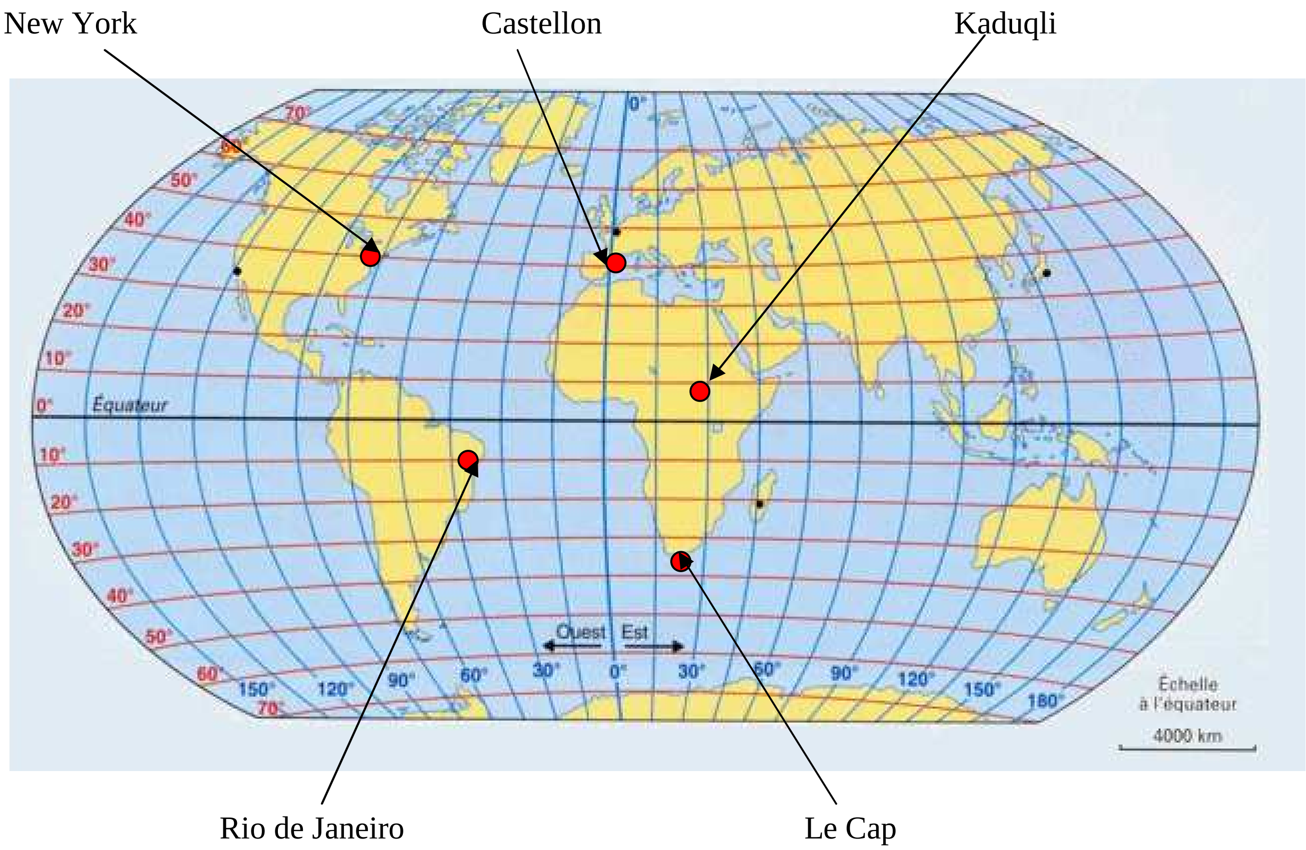
Complète : Sa latitude est 40° N

c. Les coordonnées géographiques de New York sont : (70° O ; 40° N)

2°) Indique les coordonnées géographiques des villes suivantes :

Rio de Janeiro : (40° O ; 10° S) Castellon : (0° ; 40° N)

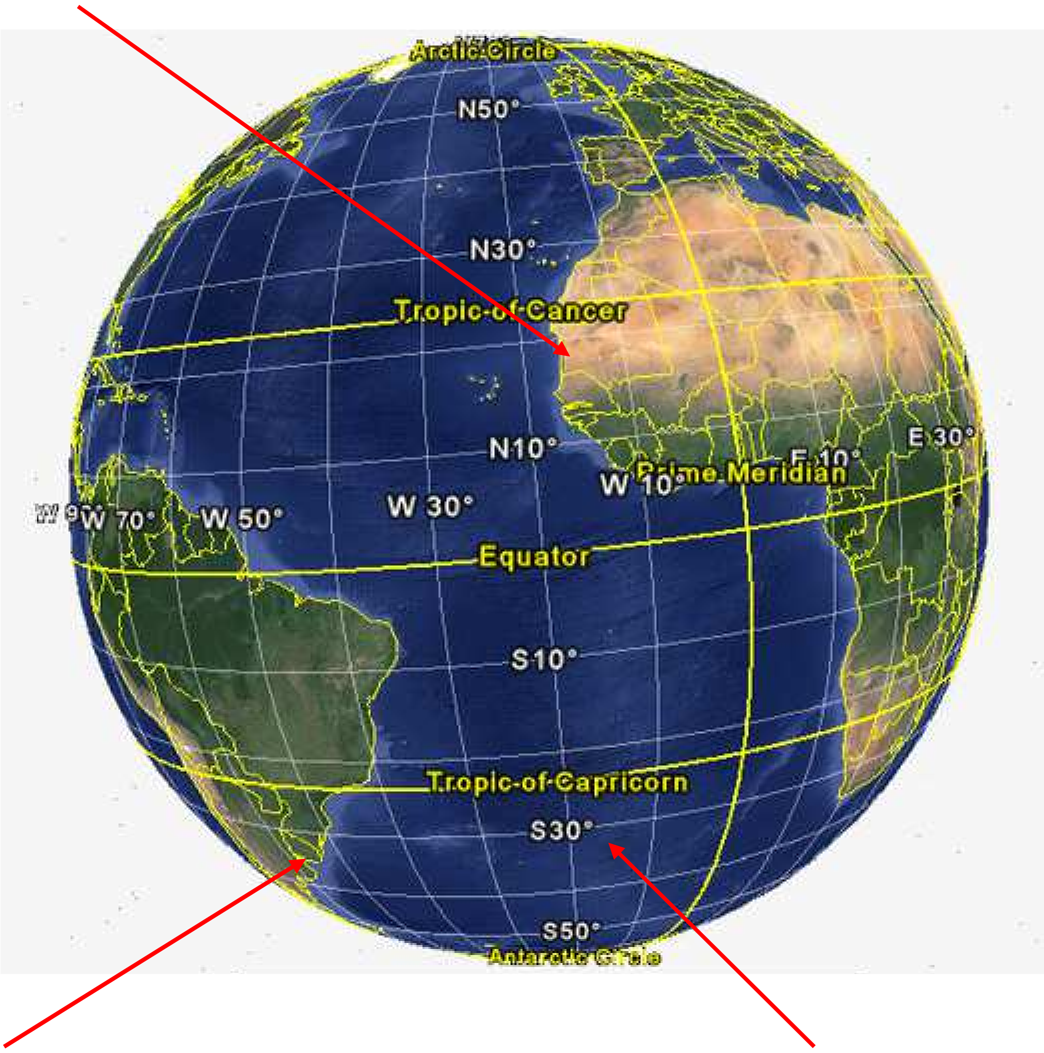
Le Cap : (20° E ; 38° S) Kaduqli : (30° E ; 10° N)



Exercice n°13:

1°) Sur la planisphère ci-dessous, place approximativement les deux villes suivantes :
Buenos Aires (58° O ; 34° S)   Ténérife (16° O ; 28° N)

Ténérife



Buenos Aires   Navire

2°) Les coordonnées d'un navire sont (16° O ; 34° S).
Parmi les villes précédentes, laquelle est à la même latitude que ce navire ? : Buenos Aires
Place le point N correspondant à ce navire.

Exercice n°14 :

Un avion qui se trouvait au point de coordonnées (10° O ; 25° N) se déplace de 30° parallèlement à l'équateur, dans le même sens que le sens de rotation de la Terre.
Quelles sont les nouvelles coordonnées ?:

La terre tourne de l'Ouest vers L'Est.
Les nouvelles coordonnées de l'avion sont donc (20° E ; 25 °N)