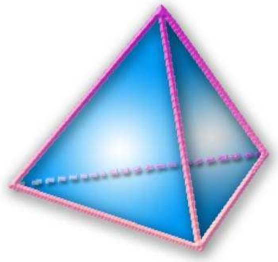
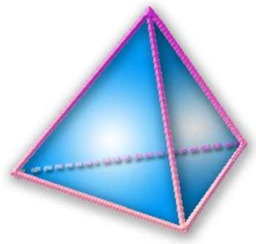


3- EME

Thème N°4 : TRIGONOMETRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

A la fin du thème, tu dois savoir :

- Connaitre les relations trigonométriques.
- Calculer une longueur avec une formule trigonométrique.
- Calculer la mesure d'un angle avec la trigonométrie.

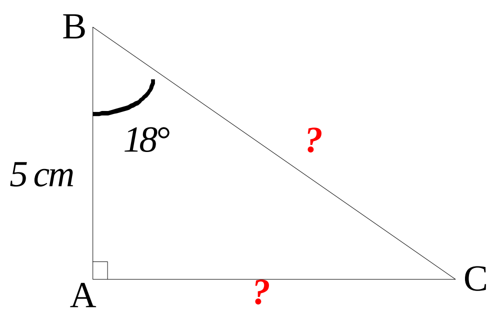


Calculs de longueurs

Exercice n°1: Le triangle ABC est rectangle en A; l'unité de longueur est le centimètre.
A l'aide des indications données, calculer une valeur approchée de la longueur des deux autres côtés.

$$a)\ \hat{B} = 18° \quad et \quad AB = 5 \quad ; \quad b)\ \hat{B} = 32° \quad et \quad AC = 9 \quad ; \quad c)\ \hat{B} = 68° \quad et \quad BC = 12$$

$$d)\ \hat{C} = 25° \quad et \quad AB = 3{,}5 \quad ; \quad e)\ \hat{C} = 50° \quad et \quad AC = 4 \quad ; \quad f)\ \hat{C} = 68° \quad et \quad BC = 10$$



a) Calcul de BC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \quad \text{donc} \quad \cos 18° = \frac{5}{BC}$$

$$\text{donc} \quad BC = \frac{5}{\cos 18°}$$

d'où $\boxed{BC \approx 5{,}26 \text{ cm}}$

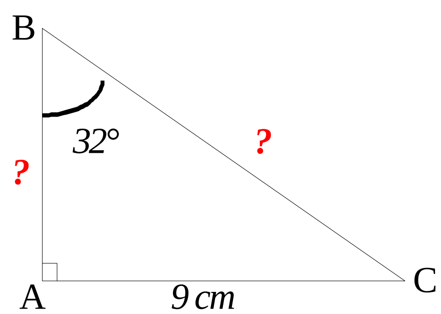
Calcul de AC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} \quad \text{donc} \quad \tan 18° = \frac{AC}{5}$$

donc AC = 5 × tan18°

d'où $\boxed{AC \approx 1{,}62 \text{ cm.}}$



b) Calcul de BC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \quad \text{donc} \quad \sin 32° = \frac{9}{BC}$$

$$\text{donc} \quad BC = \frac{9}{\sin 32°}$$

d'où $\boxed{BC \approx 16{,}98 \text{ cm}}$

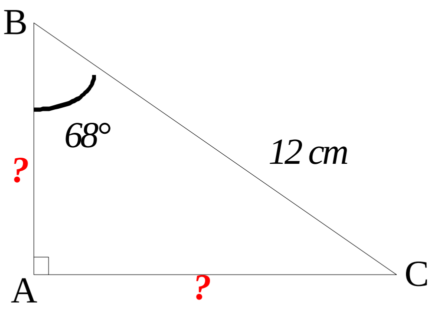
Calcul de AB

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} \quad \text{donc} \quad \tan 32° = \frac{9}{AB}$$

$$\text{donc} \quad AB = \frac{9}{\tan 32°}$$

d'où $\boxed{AB \approx 14{,}40 \text{ cm.}}$



c) **Calcul de BA**

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos \hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$ donc $\cos 68° = \dfrac{AB}{12}$

donc $AB = 12 \times \cos 68°$

d'où $\boxed{AB \approx 4{,}50 \text{ cm}}$

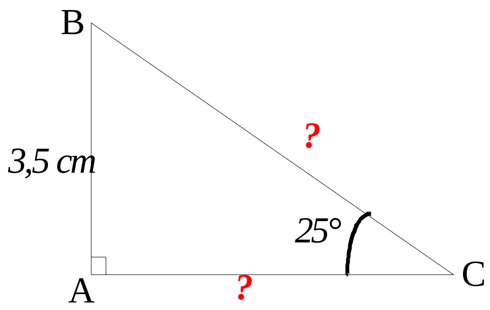
Calcul de AC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\sin \hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$ donc $\sin 68° = \dfrac{AC}{12}$

donc AC = 12 × sin 68°

d'où $\boxed{AC \approx 11{,}13 \text{ cm.}}$



d) **Calcul de BC**

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\sin \hat{C} = \dfrac{AB}{BC}$ donc $\sin 25° = \dfrac{3{,}5}{BC}$

donc $BC = \dfrac{3{,}5}{\sin 25°}$

d'où $\boxed{BC \approx 8{,}28 \text{ cm}}$

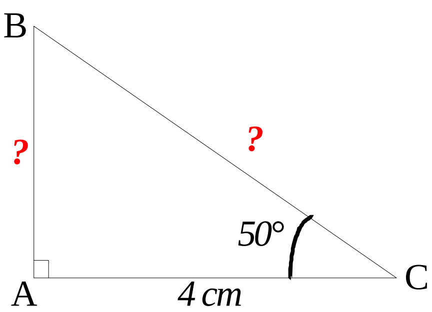
Calcul de AC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\tan \hat{C} = \dfrac{AB}{AC}$ donc $\tan 25° = \dfrac{3{,}5}{AC}$

donc $AC = \dfrac{3{,}5}{\tan 25°}$

d'où $\boxed{AC \approx 7{,}51 \text{ cm.}}$



e) **Calcul de BC**

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos \hat{C} = \dfrac{AC}{BC}$ donc $\cos 50° = \dfrac{4}{BC}$

donc $BC = \dfrac{4}{\cos 50°}$

d'où $\boxed{BC \approx 6{,}22 \text{ cm}}$

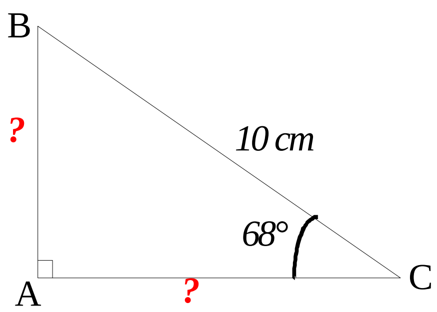
Calcul de AB

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\tan \hat{C} = \dfrac{AB}{AC}$ donc $\tan 50° = \dfrac{AB}{4}$

donc AB = 4 × tan50°

d'où $\boxed{AB \approx 4{,}77 \text{ cm.}}$



f) **Calcul de AC**

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos \hat{C} = \dfrac{AC}{BC}$ donc $\cos 68° = \dfrac{AC}{10}$

donc $AC = 10 \times \cos 68°$

d'où $\boxed{AC \approx 3{,}75 \text{ cm}}$

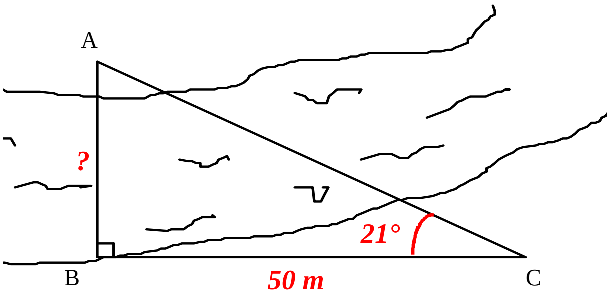
Calcul de AB

b) Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\sin \hat{C} = \dfrac{AB}{BC}$ donc $\sin 68° = \dfrac{AB}{10}$

donc AB = 10 × sin 68°

d'où $\boxed{AB \approx 9{,}27 \text{ cm.}}$



Exercice n°2: Sur les berges de la rivière, deux points remarquables A et B se font face.
En partant de B, perpendiculairement à (AB), on parcourt 50 m et on arrive ainsi au point C. De là, on voit le segment [AB] sous un angle $\widehat{ACB}$ de 21°.
Calculer la largeur AB de la rivière, à 1 dm près.

Dans le triangle ABC rectangle en B :

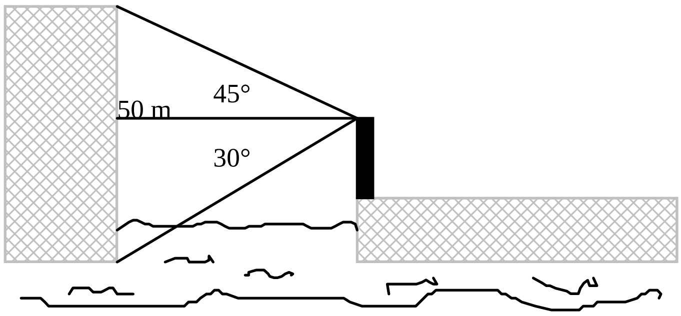
$$\tan \hat{C} = \frac{AB}{BC} \quad \text{donc} \quad \tan 21° = \frac{AB}{50}$$

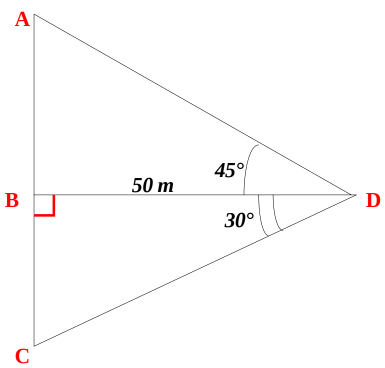
donc AB = 50 × tan21°

d'où $\boxed{AB \approx 19{,}19}$

Conclusion : **La largeur de la rivière mesure environ 19,2 m**

Exercice n°3: Un observateur placé à 50 m d'une falaise voit le sommet de celle-ci sous un angle de 45°, et la bas sous un angle de 30°.
Calculer la hauteur de la falaise, à 10 cm près.





Calcul de AB
Dans le triangle ABD rectangle en B :

$$\tan \widehat{BDA} = \frac{AB}{BD} \quad \text{donc} \quad \tan 45° = \frac{AB}{50}$$

donc AB = 50 × tan45°

d'où $\boxed{AB = 50}$

Calcul de BC
Dans le triangle BCD rectangle en B :

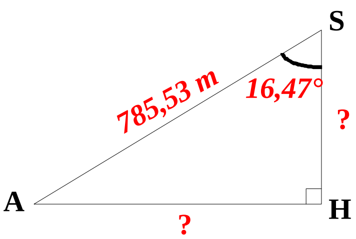
$$\tan \widehat{BDC} = \frac{BC}{BD} \quad \text{donc} \quad \tan 30° = \frac{BC}{50}$$

donc BC = 50 × tan30°

d'où $\boxed{BC \approx 28{,}87}$

Calcul de AC : On a : AC = AB + BC ≈ 50 + 28,87 ≈ 78,87

Conclusion : **La hauteur de la falaise mesure environ 78,9 m**



Exercice n°4: De puis le point A, un géomètre mesure AS (avec un géomètre à laser) et $\widehat{HSA}$:
AS = 785,53 m; mes ($\widehat{HSA}$) = 16,47°.
Calculer SH et AH ?

Calcul de SH
Dans le triangle AHS rectangle en H :

$$\cos \hat{S} = \frac{SH}{SA} \quad \text{donc} \quad \cos 16{,}47° = \frac{SH}{785{,}53}$$

donc $SH = 785{,}53 \times \cos 16{,}47°$

d'où $\boxed{SH \approx 753 \text{ m}}$

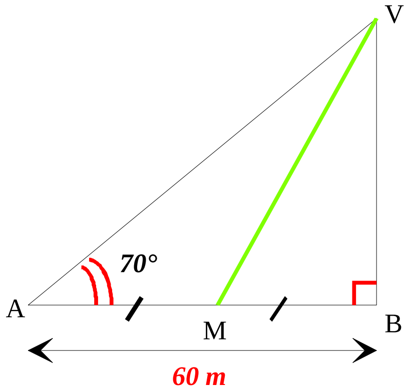
Calcul de AH
b) Dans le triangle AHS rectangle en H :

$$\sin \hat{H} = \frac{AH}{SH} \quad \text{donc} \quad \sin 16{,}47° = \frac{AH}{785{,}53}$$

donc AH = 785,53 × sin 16,47°

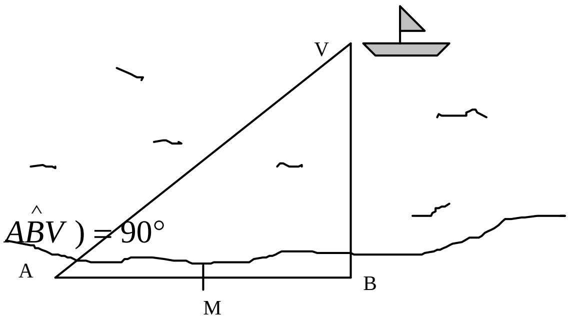
d'où $\boxed{AH \approx 222{,}7 \text{ m.}}$

Exercice n°5: Le vainqueur V est en vue.



De part et d'autre de l'entrée du port, deux observateurs munis de goniomètres mesurent chacun un angle:

$mes(\widehat{BAV}) = 70°$; $mes(\widehat{ABV}) = 90°$



.

a) Sachant que AB = 60 m, calculer BV.

b) En déduire la distance qui sépare V du milieu M de [AB].

(Arrondir les résultats au mètre le plus proche).

a) Calcul de BV

Dans le triangle BMA rectangle en B

$\tan \widehat{VBA} = \dfrac{VB}{AB}$ donc $\tan 70° = \dfrac{BV}{60}$

donc BV = 60 × tan70°

d'où $\boxed{\textbf{BV} \approx \textbf{165 m}}$

b) Calcul de MV

Dans le triangle BMA rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$VM^2 = MB^2 + BV^2$

$VM^2 = \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 + BV^2$

$VM^2 \approx \left(\dfrac{60}{2}\right)^2 + 165^2$

$VM^2 \approx 900 + 27225$

$VM^2 \approx 28125$

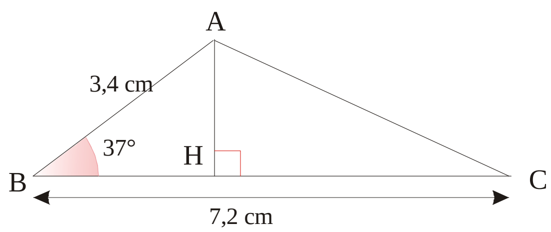
$VM \approx \sqrt{28125}$

$VM \approx 167{,}7$

Conclusion : **La longueur VM mesure environ 168 m**

Exercice n°6 : Calcule la longueur AH puis l'aire de ABC.

Calcul de AH



Dans le triangle ABH rectangle en H :

$\sin \hat{B} = \dfrac{AH}{AB}$ donc $\sin 37° = \dfrac{AH}{3{,}4}$

donc AH = 3,4 × sin 37°

d'où $\boxed{AH \approx \textbf{2,05 cm}}$

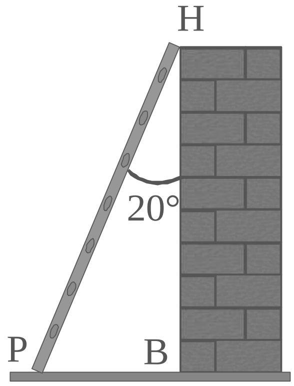
Calcul de l'aire du triangle ABC

On a Aire = $\dfrac{BC \times AH}{2}$, soit Aire $\approx \dfrac{7{,}2 \times 2{,}05}{2} \approx 7{,}38$

Conclusion : **L'aire du triangle ABC est environ 7,38 cm²**

Exercice n°7 : Pour un maximum de sécurité, une échelle doit former avec un mur un angle de 20°. Avec une échelle de 9 m, jusqu'à quelle hauteur de mur peut on monter (au cm près) ?

Calcul de BH



Dans le triangle PBH rectangle en B,

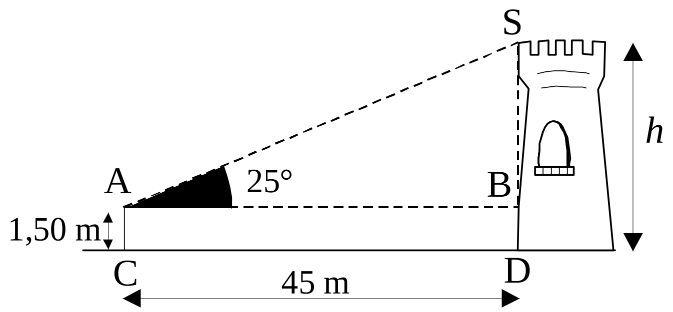
on a : $\cos \hat{H} = \dfrac{BH}{PH}$ soit $\cos 20° = \dfrac{BH}{9}$

donc BH = 9 × cos20°

d'où $\boxed{\textbf{BH} \approx \textbf{8,46 m}}$

Il peut donc monter à une hauteur de 8,46 m environ

Exercice n°8 : Quelle est la hauteur *h* de la tour ?



Calcul de BS

Dans le triangle ABS rectangle en B,

on a : $\tan \widehat{BAS} = \dfrac{BS}{AB}$ soit $\tan 25° = \dfrac{BS}{45}$

donc BS = 45 × tan25°

d'où **BS ≈ 21 m**

Calcul de *h* : On a h = DB + BS ≈ 1,50 + 21 ≈ 22,50

Conclusion : La hauteur de la tour mesure environ 22,50 m

Calculs d'angles

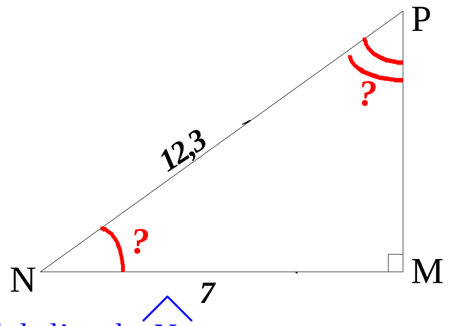
Exercice n°9:

$a)\ MN = 7 \quad et \quad MP = 12{,}3$; $b)\ MN = 1 \quad et \quad NP = 7$; $c)\ MP = 0{,}5 \quad et \quad NP = 4$

$d)\ MP = 5{,}3 \quad et \quad MN = 4{,}5$; $e)\ MN = 4 \quad et \quad NP = 10$

Calculer au degré près la mesure des angles aigus.

a) MN = 7 et MP = 12,3



Calcul de l'angle $\widehat{N}$

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\cos \widehat{N} = \frac{MN}{NP} = \frac{7}{12{,}3}$$

d'où $\boxed{\widehat{N} \approx 55°}$

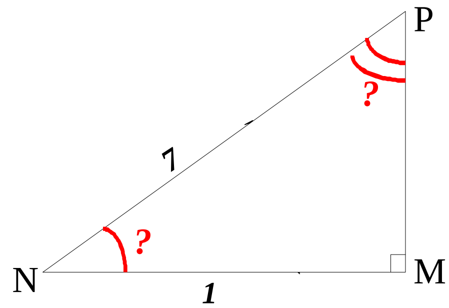
Calcul de l'angle $\widehat{P}$

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$\widehat{P} \approx 90° - 55° \approx 35°$

d'où $\boxed{\widehat{P} \approx 35°}$

b) MN = 1 et NP = 7



Calcul de l'angle $\widehat{N}$

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\cos \widehat{N} = \frac{MN}{NP} = \frac{1}{7}$$

d'où $\boxed{\widehat{N} \approx 82°}$

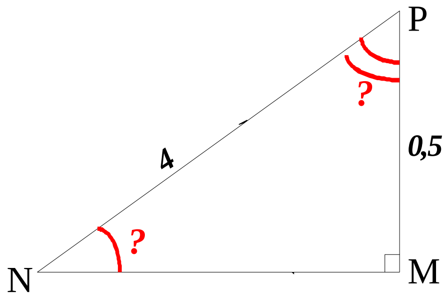
Calcul de l'angle $\widehat{P}$

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$\widehat{P} \approx 90° - 82° \approx 8°$

d'où $\boxed{\widehat{P} \approx 8°}$

c) MP = 0,5 et NP = 4



Calcul de l'angle $\widehat{N}$

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\sin \hat{N} = \frac{MP}{NP} = \frac{0{,}5}{4}$$

d'où $\boxed{\hat{N} \approx 7°}$

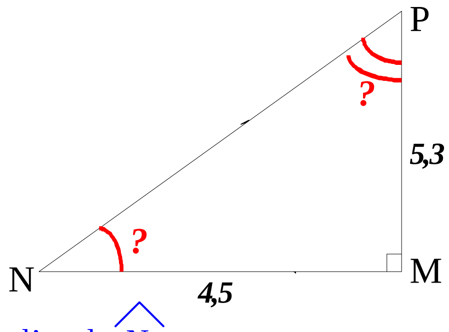
Calcul de l'angle $\widehat{P}$

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$$\hat{P} \approx 90° - 7° \approx 83°$$

d'où $\boxed{\hat{P} \approx 83°}$

d) MP = 5,3 et MN = 4,5



Calcul de l'angle $\widehat{N}$

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\tan \hat{N} = \frac{NP}{NM} = \frac{5{,}3}{4{,}5}$$

d'où $\boxed{\hat{N} \approx 50°}$

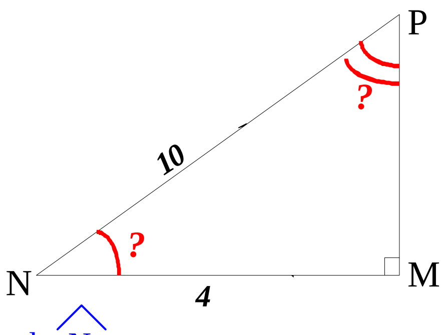
Calcul de l'angle $\widehat{P}$

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$$\hat{P} \approx 90° - 50° \approx 40°$$

d'où $\boxed{\hat{P} \approx 40°}$

e) MN = 4 et NP = 10



Calcul de l'angle $\widehat{N}$

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\cos \hat{N} = \frac{MN}{NP} = \frac{4}{10}$$

d'où $\boxed{\hat{N} \approx 66°}$

Calcul de l'angle $\widehat{P}$

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$$\hat{P} \approx 90° - 66° \approx 24°$$

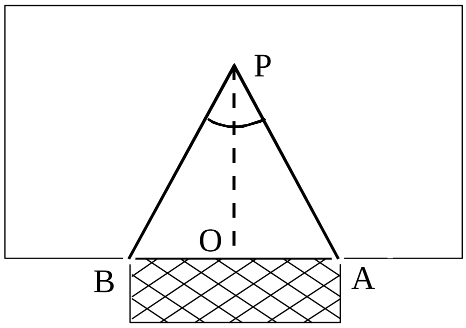
d'où $\boxed{\hat{P} \approx 24°}$

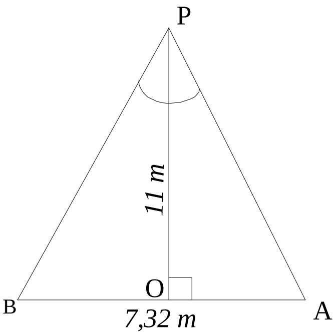
Exercice n°10 :

Sur un terrain de foot, le point de penalty P est situé à 11 m de la ligne de but (AB). Les buts ont une largeur AB de 7,32 m.

Calcule (au degré près) l'angle de tir $\widehat{APB}$ d'un footballeur lorsqu'il tire un penalty.

(conseil : calcule d'abord $\widehat{APO}$ dans le triangle AOP, en expliquant pourquoi ce triangle est rectangle).





Calcul de $\widehat{APO}$

Comme APB est un triangle isocèle, alors La bissectrice de $\hat{P}$ est aussi la hauteur issue du sommet principal P donc [OP] est perpendiculaire à [BA] mais aussi la médiane issue de P donc OA = OB = 7,32 : 2 = 3,66.
Ainsi le triangle POA est rectangle en O avec OA = 3,66m.

On a : $\tan O\hat{P}A = \dfrac{OA}{OP} = \dfrac{3{,}66}{11}$

D'où $\widehat{APO} \approx 18{,}4°$

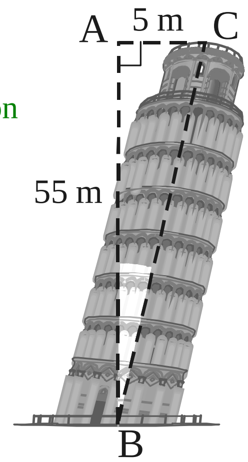
Comme [PO) est une bissectrice, alors : $B\hat{P}A = 2 \times O\hat{P}A \approx 2 \times 18{,}4° \approx 36{,}8°$

Conclusion : **L'angle de tir est environ 37°**

Exercice n°11 :

Le sommet de la tour de Pise s'écarte de la verticale d'environ 5 m et se trouve à environ 55 m du sol.

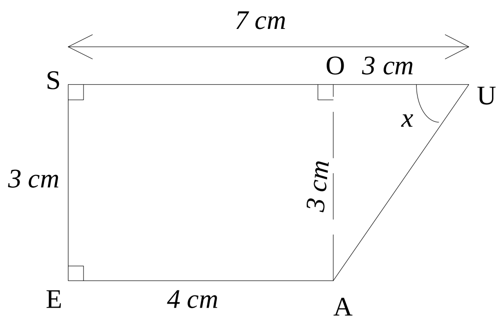
Calcule (au degré près) l'angle $\widehat{ABC}$ que fait la tour avec la verticale.

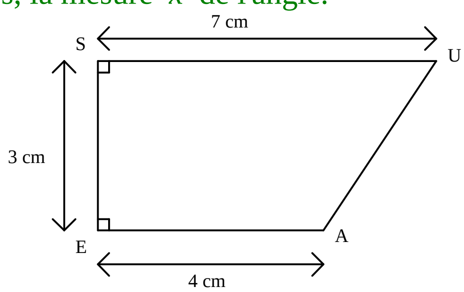


Dans le triangle ACB rectangle en A, on a : $\tan A\hat{B}C = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{5}{55} = \dfrac{1}{11}$

D'où : $\boxed{\widehat{ABC} \approx 5°}$

Exercice n°12: Dans le trapèze SEAU, calculer à 0,01 près, la mesure x de l'angle.





Soit la perpendiculaire à [SU] passant par A, elle coupe [SU] en O.

Calcul de OU :

On a OU = SU – SO = 7 – 4 = 3 **OU = 3 cm**

Calcul de OA

SEAO est un quadrilatère à 3 angles droits, donc SOAE est un rectangle, d'où : SE = **OA = 3 cm**

Calcul de la mesure de l'angle $O\hat{U}A$

Dans le triangle OUA rectangle en O, on a : $\tan \hat{U} = \dfrac{OA}{OU} = \dfrac{3}{3} = 1$ soit $\hat{U} = 45°$

Conclusion : la mesure de l'angle $O\hat{U}A$ est 45°