

THEME 3 : CALCUL LITTERAL (1) DEVELOPPEMENT - FACTORISATION REDUCTION

« Pour prendre un bon départ »

Exercice n°1 : Calculs sur des carrés / Règle des signes :

$$(-4)^2 = 4^2 = 16 ; \quad -4^2 = -16 ; \quad 2^2 \times (-5)^2 = 4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100. ; \quad 2^2 \times (-5^2) = 4 \times (-25) = -100$$

$$0,3^2 = 0,09 ; \quad (-0,5)^2 = 0,5^2 = 0,25 ; \quad (2-5)^2 = (-3)^2 = 3^2 = 9$$

$$\left(-\frac{7}{3}\right)^2 = \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{7^2}{3^2} = \frac{49}{9} ; \quad -\left(\frac{7}{3}\right)^2 = -\frac{7^2}{3^2} = -\frac{49}{9} ; \quad \frac{7^2}{3} = \frac{49}{3}$$

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{3}-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{3-1}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

Exercice n°2:

Réduis, si possible, les expressions suivantes :

$$A = 7 + 3x = \text{(déjà réduit)} ; \quad B = 7 \times 3x = 21x. ; \quad C = 7x \times 3x = 21x^2. ; \quad D = 7x + 3x = 10x.$$

$$E = -5 \times 2x = -10x ; \quad F = -5 + 2x = \text{(déjà réduit)} ; \quad G = -5x \times 2x = -10x^2 ;$$

$$H = -5x + 2x = -3x ; \quad I = -8x \times (-3x) = 24x^2 ; \quad J = -8x - 3x = -11x ;$$

$$K = -8 \times (-3x) = 24x. ; \quad L = -8 - 3x = \text{(déjà réduit)} ; \quad M = 10 - 3x = \text{(déjà réduit)} ;$$

$$N = 10x \times (-3x) = -30x^2 ; \quad O = 10 \times (-3x) = -30x ; \quad P = 10x - 3x = 7x .$$

$$Q = 5x + 3y - 7x^2 + 4x - 3x^2 + y = -7x^2 - 3x^2 + 5x + 4x + 3y + y = -10x^2 + 9x + 4y$$

$$R = 4a^3 + 3a + 8a^2 - 5a^3 + 2a = 4a^3 - 5a^3 + 8a^2 + 3a + 2a = -a^3 + 8a^2 + 5a$$

Exercice n°3: a) Un exercice a été proposé à cinq élèves de 3°.

Voici le début de l'énoncé: **Soit l'expression** $A = (5x + 1)(x - 3) + (6 - x)(x - 3)$,..... ?

Voici la solution proposée par chacun des élèves ainsi que la note attribuée:

1er élève

$$A = 4x^2 - 5x - 21$$

Note: 0/2

2ème élève

$$A = (x - 3)(4x + 7)$$

Note: 2/2

3ème élève

$$A = (x - 3)(4x + 7)$$

$$A = 4x^2 - 5x - 21$$

Note: 0/2

4ème élève

$$A = (x - 3)(5x + 1 + 6 - x)$$

Note: 1/2

5ème élève

$$A = (5x^2 - 14x - 3) + (-x^2 + 9x - 18)$$

Note: 0/2

Questions: 1) Quelle était la question demandée.(complète les pointillés)?: **Factoriser l'expression A ?**

2) Que peux-tu dire sur la solution proposée par chacun des élèves ?

Elève 1: **Il a développé**

Elève 2: **Il a bien répondu à la question.**

Elève 3: **Il a factoriser puis a développé. On peut supposer qu'il a un doute sur la consigne demandée.**

Elève 4: **Il a factoriser mais n'a pas réduis le 2^{ème} facteur.**

Elève 5 : **Il a commencer à développer chacun des deux termes.**

b) Parmi les expressions suivantes, dire celles qui sont de forme développée ou factorisée.

$$A = 25x^2 + 30x + 9 \text{ forme développée}$$

$$C = (5x + 3)(x + 1) \text{ forme factorisée}$$

$$E = 7(3x - 4)(x + 6)(4x + 2) \text{ forme factorisée}$$

$$B = (2x + 3)^2 - 2(x + 4)(x + 3) \text{ forme développée}$$

$$D = (2a + 3)(a - 45) + a \text{ forme développée}$$

$$F = \left(\frac{3}{9}a + \frac{7}{2}\right)\left(\frac{8}{5}a - \frac{1}{6}\right) \text{ forme factorisée}$$

c) Pour chaque expression suivante, quelle est la question qu'on pourrait demandée ?

$$G = (3x - 8)(x + 1) - (x + 1) \text{ factoriser (ou développer)} \quad H = 5a + 3a - 2a \text{ factoriser}$$

$$I = (7y + 1)(6 + 8y) \text{ développer}$$

$$J = 18(3x + 4y - 7z) \text{ développer}$$

d) Réduire les expressions suivantes et dire si la solution obtenue est sous une forme factorisée ou développée.

$$K = 5a + 3a - 2a = 6a \text{ (forme factorisée)} \quad L = x(3 - 5 + 8) - 6x = 6x - 6x = 0x \text{ (forme factorisée)}$$

$$M = (1 + 1 + 1 + x)x = (3 + x)x = 3x + x^2 \text{ (forme développée)}$$

$$N = 2(b + c) - 4c + b = 2b + 2c - 4c + b = 3b - 2c \text{ (forme développée)}$$

$$O = 3x(x - 5) + 2x = 3x^2 - 15x + 2x = 3x^2 - 13x \text{ (forme développée)}$$

$$P = \frac{5}{4}y - y = \frac{5}{4}y - \frac{4}{4}y = \frac{5-4}{4}y = \frac{1}{4}y \text{ (forme factorisée)}$$

Exercice n°4 :

$$A = (5x + 2)(2x + 3) = 10x^2 + 15x + 4x + 6 = 10x^2 + 19x + 6$$

$$B = (2y + 3)(5y + 4) = 10y^2 + 8y + 15y + 12 = 10y^2 + 23y + 12$$

$$C = (3 + 7x)(9x + 1) = 27x + 3 + 63x^2 + 7x = 63x^2 + 34x + 3$$

$$E = (5x - 2)(2x + 3) = 10x^2 + 15x - 4x - 6 = 10x^2 + 11x - 6$$

$$F = (2y + 3)(5y - 4) = 10y^2 - 8y + 15y - 12 = 10y^2 + 7y - 12$$

$$G = (3 - 7x)(9x + 1) = 27x + 3 - 63x^2 - 7x = -63x^2 + 20x + 3$$

$$I = (5x - 2)(2x - 3) = 10x^2 - 15x - 4x + 6 = 10x^2 - 19x + 6$$

$$J = (2y - 3)(5y - 4) = 10y^2 - 8y - 15y + 12 = 10y^2 - 23y + 12$$

$$K = (3 - 7x)(9x - 1) = 27x - 3 - 63x^2 + 7x = -63x^2 + 34x - 3$$

$$L = (x + 3)(y + 7) = xy + 7x + 3y + 21$$

$$M = (2t + 1)(3u - 4) = 6tu - 8t + 3u - 4$$

$$N = \left(\frac{5}{3}x + \frac{6}{5}\right)\left(\frac{5}{6}y - 3\right) = \frac{5 \times 5}{3 \times 6}xy - \frac{5 \times 3}{3}x + \frac{5 \times 6}{6 \times 5}y - \frac{6 \times 3}{5} = \frac{25}{18}xy - 5x + y - \frac{18}{5}$$

Exercice n°5 :

$$A = (3x + 4)(2x + 5) + (4x - 5)(2x - 3)$$

$$A = (6x^2 + 15x + 8x + 20) + (8x^2 - 12x - 10x + 15)$$

$$A = (6x^2 + 23x + 20) + (8x^2 - 22x + 15)$$

$$A = 6x^2 + 23x + 20 + 8x^2 - 22x + 15$$

$$A = 14x^2 + x + 35$$

$$C = 3x(2x + 3) + (4x - 5)(2x - 3)$$

$$C = 6x^2 + 9x + (8x^2 - 12x - 10x + 15)$$

$$C = 6x^2 + 9x + (8x^2 - 22x + 15)$$

$$C = 6x^2 + 9x + 8x^2 - 22x + 15$$

$$C = 14x^2 - 13x + 15$$

$$E = x(x + 2) + x(x + 3)$$

$$E = x^2 + 2x + x^2 + 3x$$

$$E = 2x^2 + 5x$$

$$G = 2x(x - 5) + x(3x + 7) + 2(x - 1)$$

$$G = 2x^2 - 10x + 3x^2 + 7x + 2x - 2$$

$$G = 5x^2 - x - 2$$

$$I = x(2x - 7y + 5)$$

$$I = 2x^2 - 7xy + 5x$$

$$K = 5 - 2x(4x - 5) + (3x - 2)(x - 5)$$

$$K = 5 - 8x^2 + 10x + (3x^2 - 15x - 2x + 10)$$

$$K = 5 - 8x^2 + 10x + (3x^2 - 17x + 10)$$

$$K = 5 - 8x^2 + 10x + 3x^2 - 17x + 10$$

$$K = -5x^2 - 7x + 15$$

$$B = (x + 2)(2x - 1) - (x - 3)(x + 1)$$

$$B = (2x^2 - x + 4x - 2) - (x^2 + x - 3x - 3)$$

$$B = (2x^2 + 3x - 2) - (x^2 - 2x - 3)$$

$$B = 2x^2 + 3x - 2 - x^2 + 2x + 3$$

$$B = x^2 + 5x + 1$$

$$D = (x + 3)(x - 3) - 5(-2x + 3x + 7)$$

$$D = (x^2 - 3x + 3x - 9) - 5(x + 7)$$

$$D = x^2 - 9 - 5x - 35$$

$$D = x^2 - 5x - 44$$

$$F = -5(3x + 4) - (3x - 4)(x - 7)$$

$$F = -15x - 20 - (3x^2 - 21x - 4x + 28)$$

$$F = -15x - 20 - (3x^2 - 25x + 28)$$

$$F = -15x - 20 - 3x^2 + 25x - 28$$

$$F = -3x^2 + 10x - 48$$

$$H = x(x + 2)(x + 3)$$

$$H = x(x^2 + 3x + 2x + 6)$$

$$H = x(x^2 + 5x + 6)$$

$$H = x^3 + 5x^2 + 6x$$

$$J = (x + 5)(x - y + 4)$$

$$J = x^2 - xy + 4x + 5x - 5y + 20$$

$$J = x^2 - xy + 9x - 5y + 20$$

ACTIVITE 1: Factoriser en utilisant la distributivité (première partie)

1. $5x + 5y = 5(x + y)$; $8a + 8b = 8(a + b)$; $7x - 7y = 7(x - y)$; $9u + 9w + 9x = 9(u + w + x)$

$32a - 32b - 32c = 32(a - b - c)$; $\frac{2}{5}x - \frac{2}{5}y + \frac{2}{5}z = \frac{2}{5}(x - y + z)$

2. $x(y + 3) = x(y + 3)$; $a(b + 2) = a(b + 2)$; $3x(y + 2) = y(3x + 2)$; $x(y - 5) = y(x - 5)$

$3(a - 8b) = a(3 - 8b)$; $4(x - 7) - x = x(4 - 7 - y) = x(-3 - y)$

3. $16x - 4y = 4 \times 4x - 4y = 4(4x - y)$; $18a + 6b = 6 \times 3a + 6b = 6(3a + b)$

$21x - 14y = 7 \times 3x - 7 \times 2y = 7(3x - 2y)$; $4a + 8b + 4c = 4a + 4 \times 2b + 4c = 4(a + 2b + c)$

$48x + 24 = 24 \times 2x + 24 \times 1 = 24(2x + 1)$; $10x + 15y + 25z = 5 \times 2x + 5 \times 3y + 5 \times 5z = 5(2x + 3y + 5z)$

4. $x^2 + 5x = x \times x + 5x = x(x + 5)$; $19t + t^2 = 19t + t \times t = t(19 + t)$

$9y^2 - 7y = 9y \times y - 7y = y(9y - 7)$; $xy^2 + x^2y = xy \times y + xy \times x = xy(y + x)$

$6x^3 + 7x^2 - x = 6x \times x^2 + x \times 7x - x \times 1 = x(6x^2 + 7x - 1)$

ACTIVITE 2 : Factoriser en utilisant la distributivité (deuxième partie)

$A = (3x + 5)(2x - 7) + (3x + 5)(4x - 1)$

$A = (3x + 5)[(2x - 7) + (4x - 1)]$

$A = (3x + 5)[2x - 7 + 4x - 1]$

$A = (3x + 5)(6x - 8)$

$B = (3x - 2)(2x + 1) - (2x + 1)(8x + 5)$

$B = (2x + 1)[(3x - 2) - (8x + 5)]$

$B = (2x + 1)[3x - 2 - 8x - 5]$

$B = (2x + 1)(-5x - 7)$

$C = (x - 7)^2 + (x - 7)(4x + 1)$

$C = (x - 7)(x - 7) + (x - 7)(4x + 1)$

$C = (x - 7)[(x - 7) + (4x + 1)]$

$C = (x - 7)[x - 7 + 4x + 1]$

$C = (x - 7)(5x - 6)$

$D = 2(3x + 4) - (4x + 3)(3x + 4)$

$D = (3x + 4)[2 - (4x + 3)]$

$D = (3x + 4)[2 - 4x - 3]$

$D = (3x + 4)(-4x - 1)$

Exercice n°6:

$$A = (x+1)(x+4) + (x+1)(3x+7)$$

$$A = (x+1)[(x+4) + (3x+7)]$$

$$A = (x+1)[x+3x+11]$$

$$A = (x+1)(4x+11)$$

$$B = (3x+2)(5x+1) + (3x+2)(3-2x)$$

$$B = (3x+2)[(5x+1) + (3-2x)]$$

$$B = (3x+2)[5x+1+3-2x]$$

$$B = (3x+2)(3x+4)$$

$$C = (x+2)(x+7) + (x+7)(x+3) + (x+2)(x+7)$$

$$C = (x+7)[(x+2) + (x+3) + (x+2)]$$

$$C = (x+7)[x+2+x+3+x+2]$$

$$C = (x+7)(3x+7)$$

$$E = (x+2)(5x-4) + (5-4x)(x+2)$$

$$E = (x+2)[(5x-4) + (5-4x)]$$

$$E = (x+2)[5x-4+5-4x]$$

$$E = (x+2)(x+1)$$

$$G = 3(5x+2) + (3x-5)(5x+2)$$

$$G = (5x+2)[3 + (3x-5)]$$

$$G = (5x+2)[3+3x-5]$$

$$G = (5x+2)(3x-2)$$

$$I = 2x(x+3) - (x+3)$$

$$I = 2x(x+3) - (x+3) \times 1$$

$$I = (x+3)(2x-1)$$

$$K = (x+3)^2 - (x+3)$$

$$K = (x+3)(x+3) - (x+3) \times 1$$

$$K = (x+3)[(x+3) - 1]$$

$$K = (x+3)[x+3-1]$$

$$K = (x+3)(x+2)$$

ACTIVITE 3:

1^{er} partie

1. a. x désigne un nombre positif qui représente la longueur AE.

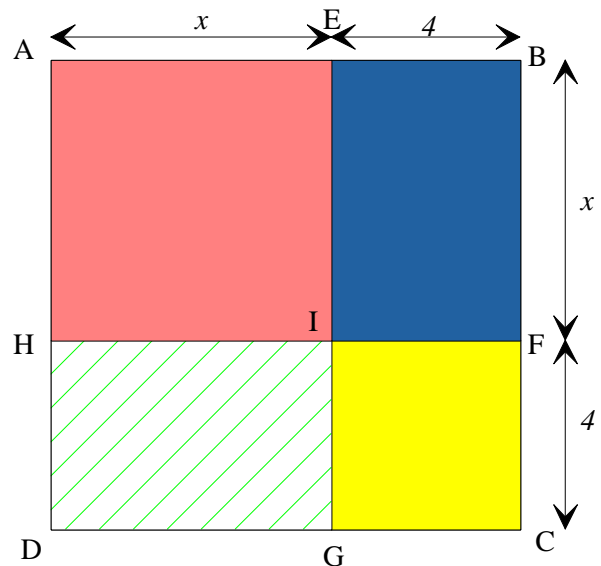
Exprime en fonction de x sous la forme d'une seule expression élevée au carré l'aire du carré ABCD :

$$\text{Aire (ABCD)} = (x + 4)^2.$$

b. Exprime, en fonction de x , l'aire du carré ABCD comme la somme des aires des rectangles AEIH, EBFI, IFCG et HIGD :

$$\text{Aire (ABCD)} = \text{Aire (AEIH)} + \text{Aire (EBFI)} + \text{Aire (HIGD)} + \text{Aire (IFCG)}$$

$$\text{Aire (ABCD)} = x^2 + 4x + 4x + 4^2$$



c. En déduire que $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$: $(x + 4)^2 = x^2 + 4x + 4x + 4^2 = x^2 + 8x + 16$

2. Calcule mentalement 103^2 : $(100 + 3)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 10\,000 + 600 + 9 = 10\,609$

3. Développe et réduis : $(a+b)^2$: $(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a-b)^2 : (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2^{ème} partie

1. Développe et réduis le produit $(a+b)(a-b)$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$$

2. En déduire un calcul mental de 102×98 : $(100 + 2)(100 - 2) = 100^2 - 2^2 = 10\,000 - 4 = 9\,996$

3^{ème} partie : Bilan

Complète :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad ; \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

4^{ème} partie

A l'aide de ces trois identités remarquables, développe et réduis, sans écrire de calculs intermédiaires les expressions suivantes :

$$(x+5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25 ;$$

$$(x-3)^2 = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9 ;$$

$$(x-7)(x+7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49$$

Exercice n°7:

a) $3x^2$ puis $(3x)^2$

Pour $x = 1$

$$3x^2 = 3 \times 1^2 = 3$$

$$(3x)^2 = (3 \times 1)^2 = 3^2 = 9$$

Pour $x = 3$

$$3x^2 = 3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27$$

$$(3x)^2 = (3 \times 3)^2 = 9^2 = 81$$

2°)

a) $3x^2 \neq (3x)^2$

3°)

$$(2x)^2 = 2x \times 2x = 4x^2$$

$$(5x)^2 = 25x^2$$

$$64a^2 = (8a)^2$$

$$48y = 2 \times 24y$$

$$\frac{4}{3}u = 2 \times \frac{2}{3}u$$

$$-2 \times 7v = -14v$$

b) $(x + 2)^2$ puis $x^2 + 4$

Pour $x = 1$

$$(x + 2)^2 = (1 + 2)^2 = 3^2 = 9$$

$$x^2 + 4 = 1^2 + 4 = 1 + 4 = 5$$

Pour $x = 3$

$$(x + 2)^2 = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$$

$$x^2 + 4 = 3^2 + 4 = 9 + 4 = 13$$

b) $(x + 2)^2 \neq x^2 + 4$

$$(ab)^2 = ab \times ab$$

$$(-3x)^2 = 9x^2$$

$$6x = 2 \times 3x$$

$$-t = 2 \times \left(-\frac{t}{2}\right)$$

$$\left(-\frac{2}{3}v\right)^2 = \frac{4}{9}v^2$$

$$\frac{-t}{2} = -2 \times \left(\frac{t}{4}\right)$$

c) $(x - 5)^2$ puis $x^2 - 25$

Pour $x = 1$

$$(x - 5)^2 = (1 - 5)^2 = (-4)^2 = 16$$

$$x^2 - 25 = 1^2 - 25 = 1 - 25 = -24$$

Pour $x = 3$

$$(x - 5)^2 = (3 - 5)^2 = (-2)^2 = 4$$

$$x^2 - 25 = 3^2 - 25 = 9 - 25 = -16$$

c) $(x - 5)^2 \neq x^2 - 25$

$$2 \times 8a = 16a$$

$$-3 \times 2y = -6y$$

$$8t = 2 \times 4t$$

$$169y^2 = (13y)^2$$

$$\frac{16}{9}w^2 = \left(\frac{4}{3}w\right)^2$$

$$\frac{4}{3}y = 2 \times \frac{2}{3}y$$

Exercice n°8: Développe le plus rapidement possible:

$$(x + 5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25 ; \quad (x - 2)^2 = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$(x + 4)^2 = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$(-7 - y)^2 = (-7)^2 - 2 \times (-7) \times y + y^2 = 49 + 14y + y^2 = y^2 + 14y + 49$$

$$(2x - 9)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 9 + 9^2 = 4x^2 - 36x + 81 ; \quad (-x + 7)^2 = (-x)^2 + 2 \times (-x) \times 7 + 7^2 = x^2 - 14x + 49$$

$$(5x + 1)^2 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 1 + 1^2 = 25x^2 + 10x + 1 ; \quad (12x - 1)^2 = (12x)^2 - 2 \times 12x \times 1 + 1^2 = 144x^2 - 24x + 1$$

$$(9 - x)^2 = 9^2 - 2 \times 9 \times x + x^2 = 81 - 18x + x^2 = x^2 - 18x + 81$$

$$(2 + 3x)^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times 3x + (3x)^2 = 4 + 12x + 9x^2 = 9x^2 + 12x + 4$$

$$(2y - 1)^2 = (2y)^2 - 2 \times 2y \times 1 + 1^2 = 4y^2 - 4y + 1 ; \quad (6 + y)^2 = 6^2 + 2 \times 6 \times y + y^2 = 36 + 12y + y^2 = y^2 + 12y + 36$$

$$(-x - 5)^2 = (-x)^2 - 2 \times (-x) \times 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25 ;$$

$$(8x + 3)^2 = (8x)^2 + 2 \times 8x \times 3 + 3^2 = 64x^2 + 48x + 9$$

$$(z - 5)^2 = z^2 - 2 \times z \times 5 + 5^2 = z^2 - 10z + 25 ;$$

$$(7x - 3)^2 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 3 + 3^2 = 49x^2 - 42x + 9$$

$$49x^2 - 42x + 9$$

$$(-3x - 2)^2 = (-3x)^2 - 2 \times (-3x) \times 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4$$

$$(-5x - 3)^2 = (-5x)^2 - 2 \times (-5x) \times 3 + 3^2 = 25x^2 + 30x + 9$$

Exercice n°9:

$$1^{\circ}) (x-3)(x+3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9 ; \quad (2x+5)(2x-5) = (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$$

$$2^{\circ}) (y-7)(y+7) = y^2 - 7^2 = y^2 - 49 ; \quad (3-x)(3+x) = 3^2 - x^2 = 9 - x^2$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = x^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = x^2 - \frac{1}{9} ; \quad (2x+3)(2x-3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$$

$$(2-3x)(2+3x) = 2^2 - (3x)^2 = 4 - 9x^2 ; \quad \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{2}{3}x\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 - \frac{1}{16}$$

Exercice n°10 : Complète :

$$\text{a) } (x+5)^2 = x^2 + 10x + 25 ; \quad \text{b) } (y-1)^2 = y^2 - 2y + 1 ; \quad \text{c) } (z+4)^2 = z^2 + 8z + 16 ;$$

$$\text{d) } (n+7)(n-7) = n^2 - 49 ; \quad \text{e) } (3x+4)^2 = 9x^2 + 24x + 16 ; \quad \text{f) } (4x-5)^2 = 16x^2 - 40x + 25$$

Exercice n°11 : Calcule de tête en rédigeant les calculs comme dans l'exemple :

$$31^2 = (30+1)^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$$

$$21^2 = (20+1)^2 = 400 + 40 + 1 = 441 ; \quad 19^2 = (20-1)^2 = 400 - 40 + 1 = 361$$

$$19 \times 21 = (20-1)(20+1) = 400 - 1 = 399 ; \quad 89^2 = (90-1)^2 = 8100 - 180 + 1 = 7921$$

$$91^2 = (90+1)^2 = 8100 + 180 + 1 = 8281 ; \quad 91 \times 89 = (90+1)(90-1) = 8100 - 1 = 8099$$

$$201^2 = (200+1)^2 = 40000 + 400 + 1 = 40401 ; \quad 199^2 = (200-1)^2 = 40000 - 400 + 1 = 39601$$

ACTIVITE 4 : Factoriser en utilisant les identités remarquables.

1.

$$4x^2 = (2x)^2 ; \quad 9x^2 = (3x)^2 ; \quad 16x^2 = (4x)^2 ; \quad 25x^2 = (5x)^2$$

$$36x^2 = (6x)^2 ; \quad 49x^2 = (7x)^2 ; \quad 64x^2 = (8x)^2 ; \quad 81x^2 = (9x)^2$$

$$121x^2 = (11x)^2 ; \quad 144x^2 = (12x)^2 ; \quad 169x^2 = (13x)^2$$

$$24x = 2 \times 4x \times 3 ; \quad 30x = 2 \times 3x \times 5 ; \quad 160x = 2 \times 8x \times 10$$

2.

	De la forme:			Valeur de a et b
	$a^2 + 2ab + b^2 ?$	$a^2 - 2ab + b^2 ?$	$a^2 - b^2 ?$	
$4x^2 + 4x + 1$	$a^2 + 2ab + b^2$			$a = 2x$ et $b = 1$
$16x^2 - 25$		$a^2 - b^2$		$a = 4x$ et $b = 5$
$9x^2 - 6x + 1$	$a^2 - 2ab + b^2$			$a = 3x$ et $b = 1$
$64x^2 - 169$		$a^2 - b^2$		$a = 8x$ et $b = 13$
$36x^2 - 84x + 49$	$a^2 - 2ab + b^2$			$a = 6x$ et $b = 7$
$25x^2 + 30x + 9$	$a^2 + 2ab + b^2$			$a = 5x$ et $b = 3$

3. D'après le tableau de la question 2. et en te servant de la question 1. Factorise les expressions suivantes:

$$4x^2 + 20x + 25 = (2x + 5)^2 ; \quad x^2 - 20x + 100 = (x - 10)^2 ; \quad x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$$

$$x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4) ; \quad 9x^2 - 12x + 4 = (3x - 2)^2 ; \quad x^2 - 49 = (x + 7)(x - 7)$$

Exercice n°12 :

$$A = 4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = (2x + 1)^2 ; \quad B = 16x^2 - 25 = (4x)^2 - 5^2 = (4x - 5)(4x + 5)$$

$$C = 9x^2 - 6x + 1 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = (3x - 1)^2 ; \quad D = 64x^2 - 169 = (8x)^2 - 13^2 = (8x - 13)(8x + 13)$$

$$E = 36x^2 - 84x + 49 = (6x)^2 - 2 \times 6x \times 7 + 7^2 = (6x - 7)^2 ; \quad F = (11x)^2 - 3^2 = (11x - 3)(11x + 3)$$

$$G = 64x^2 + 80x + 25 = (8x)^2 + 2 \times 8x \times 5 + 5^2 = (8x + 5)^2$$

$$H = 4x^2 - 36x + 81 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 9 + 9^2 = (2x - 9)^2$$

$$I = 9x^2 + 12x + 4 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = (3x + 2)^2 ; \quad J = 9 - 16x^2 = 3^2 - (4x)^2 = (3 - 4x)(3 + 4x)$$

$$K = 25x^2 - 30x + 9 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 3 + 3^2 = (5x - 3)^2 ;$$

$$L = 25x^2 + 30x + 9 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 3 + 3^2 = (5x + 3)^2$$

ACTIVITE 5 : Reconnaître une factorisation de deux carrés $a^2 - b^2$

$$A = 36 - (x + 5)^2$$

$$A = 6^2 - (x + 5)^2$$

$$A = [6 - (x + 5)][6 + (x + 5)]$$

$$A = [6 - x - 5][6 + x + 5]$$

$$A = (-x + 1)(x + 11)$$

$$B = (2x - 1)^2 - (x + 2)^2$$

$$B = [(2x - 1) - (x + 2)][(2x - 1) + (x + 2)]$$

$$B = [2x - 1 - x - 2][2x - 1 + x + 2]$$

$$B = (x - 3)(3x + 1)$$

$$C = 9(x + 7)^2 - (4x - 3)^2$$

$$C = [3(x + 7)]^2 - (4x - 3)^2$$

$$C = (3x + 21)^2 - (4x - 3)^2$$

$$C = [(3x + 21) - (4x - 3)][(3x + 21) + (4x - 3)]$$

$$C = [3x + 21 - 4x + 3][3x + 4x + 21 - 3]$$

$$C = (-x + 24)(7x + 18)$$

Exercice n°13 :

$$A = (x + 3)^2 - 25$$

$$A = (x + 3)^2 - 5^2$$

$$A = [(x + 3) - 5][(x + 3) + 5]$$

$$A = [x + 3 - 5][x + 3 + 5]$$

$$A = (x - 2)(x + 8)$$

$$B = (x + 8)^2 - (3x - 1)^2$$

$$B = [(x + 8) - (3x - 1)][(x + 8) + (3x - 1)]$$

$$B = [x + 8 - 3x + 1][x + 8 + 3x - 1]$$

$$B = (-2x + 9)(4x + 7)$$

$$C = 49 - 25(x - 6)^2$$

$$C = 7^2 - [5(x - 6)]^2$$

$$C = 7^2 - (5x - 30)^2$$

$$C = [7 - (5x - 30)][7 + (5x - 30)]$$

$$C = [7 - 5x + 30][7 + 5x - 30]$$

$$C = (-5x + 37)(5x - 23)$$

$$D = (3 - 4x)^2 - (x + 1)^2$$

$$D = [(3 - 4x) - (x + 1)][(3 - 4x) + (x + 1)]$$

$$D = [3 - 4x - x - 1][3 - 4x + x + 1]$$

$$D = (-5x + 2)(-3x + 4)$$

ACTIVITE 6 : Factorisations utilisant mise en facteur commun et identités remarquables successivement

$$\begin{aligned}A &= (x^2 + 2x + 1) - (5x + 3)^2 \\A &= (x + 1)^2 - (5x + 3)^2 \\A &= [(x + 1) - (5x + 3)][(x + 1) + (5x + 3)] \\A &= [x + 1 - 5x - 3][x + 1 + 5x + 3] \\A &= (-4x - 2)(6x + 4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= (x^2 + 4x + 4) - (x + 2)(2x + 5) \\B &= (x + 2)^2 - (x + 2)(2x + 5) \\B &= (x + 2)(x + 2) - (x + 2)(2x + 5) \\B &= (x + 2)[(x + 2) - (2x + 5)] \\B &= (x + 2)[x + 2 - 2x - 5] \\B &= (x + 2)(-x - 3)\end{aligned}$$

Exercice n°14 :

$$\begin{aligned}A &= (x + 1)(x + 2) - 5(x^2 + 4x + 4) \\A &= (x + 1)(x + 2) - 5(x + 2)^2 \\A &= (x + 1)(x + 2) - 5(x + 2)(x + 2) \\A &= (x + 2)[(x + 1) - 5(x + 2)] \\A &= (x + 2)[x + 1 - 5x - 10] \\A &= (x + 2)(-4x - 9)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= 3(2x + 1) + 4x^2 - 1 \\B &= 3(2x + 1)(2x + 1) + (2x - 1)(2x + 1) \\B &= (2x + 1)[3(2x + 1) + (2x - 1)] \\B &= (2x + 1)[6x + 3 + 2x + 1] \\B &= (2x + 1)(8x + 4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C &= x^2 - 9 + (x + 3)(x - 9) \\C &= (x - 3)(x + 3) + (x + 3)(x - 9) \\C &= (x + 3)[(x - 3) + (x - 9)] \\C &= (x + 3)(x - 3 + x - 9) \\C &= (x + 3)(2x - 12)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D &= 9x^2 - 4 - (3x - 2)(9x - 4) \\D &= (3x - 2)(3x + 2) - (3x - 2)(9x - 4) \\D &= (3x - 2)[(3x + 2) - (9x - 4)] \\D &= (3x - 2)[3x + 2 - 9x + 4] \\D &= (3x - 2)(-6x + 6)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E &= x^2 - 2x + 1 - (x - 2)^2 \\E &= (x - 1)^2 - (x - 2)^2 \\E &= [(x - 1) - (x - 2)][(x - 1) + (x - 2)] \\E &= [x - 1 - x + 2][x - 1 + x - 2] \\E &= 1 \times (2x - 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F &= (2x + 1)^3 - 9(2x + 1) \\F &= (2x + 1)(2x + 1)^2 - 9(2x + 1) \\F &= (2x + 1)[(2x + 1)^2 - 9] \\F &= (2x + 1)[(2x + 1) - 3][(2x + 1) + 3] \\F &= (2x + 1)(2x + 1 - 3)(2x + 1 + 3) \\F &= (2x + 1)(2x - 2)(2x + 3)\end{aligned}$$