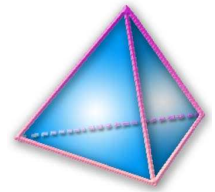


## Thème N°2 : THEOREME DE THALES (1)



*A la fin du thème, tu dois savoir :*

- ☞ Calculer une longueur avec le théorème de Thalès
- ☞ Résoudre des problèmes de géométrie plane, prouver ou réfuter une conjecture

### Exercice n°1 :

$\frac{x}{8} = 7$ $x = 7 \times 8$ $x = 56$	$\frac{12}{x} = 3$ $\frac{12}{x} = \frac{3}{1}$ $3 \times x = 1 \times 12$ $x = \frac{12}{3}$ $x = 4$	$\frac{x}{2} = \frac{5}{3}$ $3 \times x = 5 \times 2$ $x = \frac{5 \times 2}{3}$ $x = \frac{10}{3}$	$\frac{15}{x} = \frac{5}{7}$ $5 \times x = 15 \times 7$ $x = \frac{15 \times 7}{5}$ $x = 21$
$\frac{3}{2} = \frac{x}{23}$ $2 \times x = 23 \times 3$ $x = \frac{23 \times 3}{2}$ $x = 34,5$	$89 = \frac{1}{x}$ $\frac{89}{1} = \frac{1}{x}$ $89 \times x = 1$ $x = \frac{1}{89}$	$\frac{4}{21} = \frac{6}{x}$ $4 \times x = 6 \times 21$ $4x = 126$ $x = \frac{126}{4}$	

### Exercice n°2 :

- a. On sait que EFG est un triangle isocèle en E.  
Si **un triangle est isocèle** alors il a deux côtés de même longueur.  
Donc **EF = FG**
- b. On sait que ABCD est **un losange**.  
Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires.  
Donc **(AC) est perpendiculaire à (BD)**
- c. On sait que EFGH est un rectangle.  
Si un **quadrilatère** est un **rectangle** alors ses côtés opposés sont de même longueur.  
Donc EF = **GH** et **EH = FG**

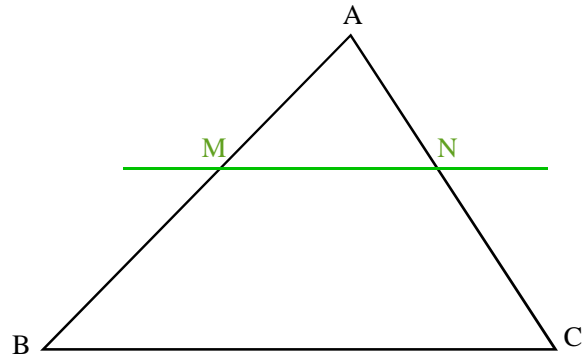
**ACTIVITE :**

**A -**

- On sait que :
- ABC un triangle,
  - M un point de [AB],
  - N un point de [AC],
  - (MN) // (BC)

Alors d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

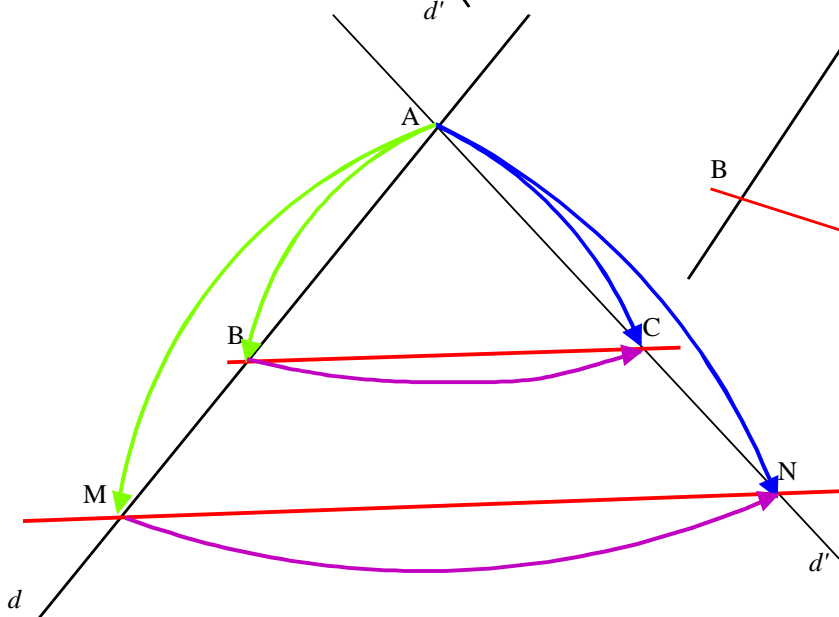
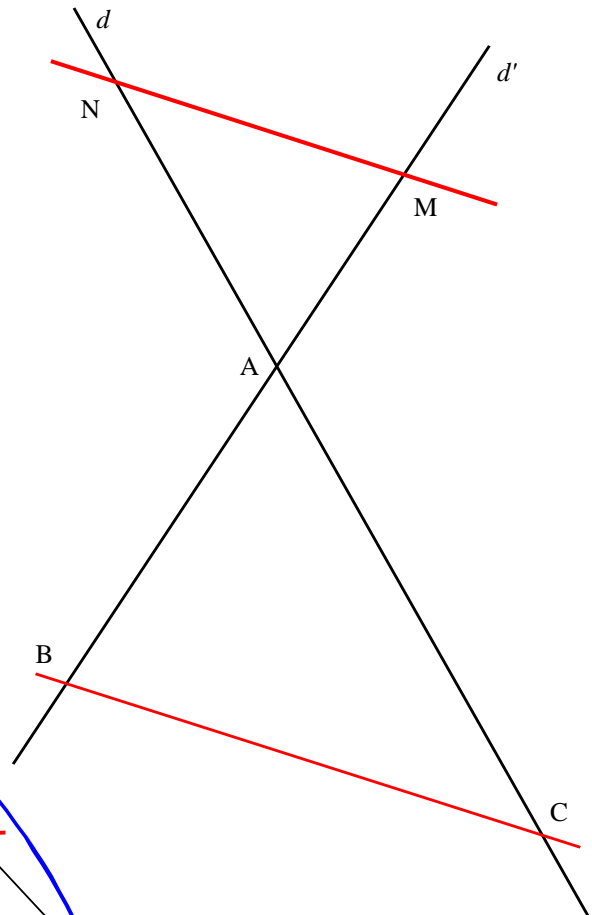
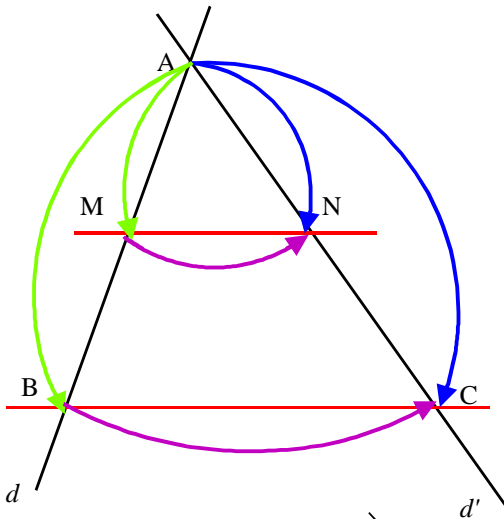


**B -** Dans les figures ①, ②, ③ ci-dessous,

- $d$  et  $d'$  sont deux droites sécantes en A ;
- B et M sont deux points de  $d$  distincts de A ;
- C et N sont deux points de  $d'$  distincts de A ;
- Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

①

③



### 1°) Etude de la figure ①

Quelles égalités de quotients peux-tu écrire en appliquant le théorème rappelée dans « rappel » au triangle ABC de la figure ①. Complète :

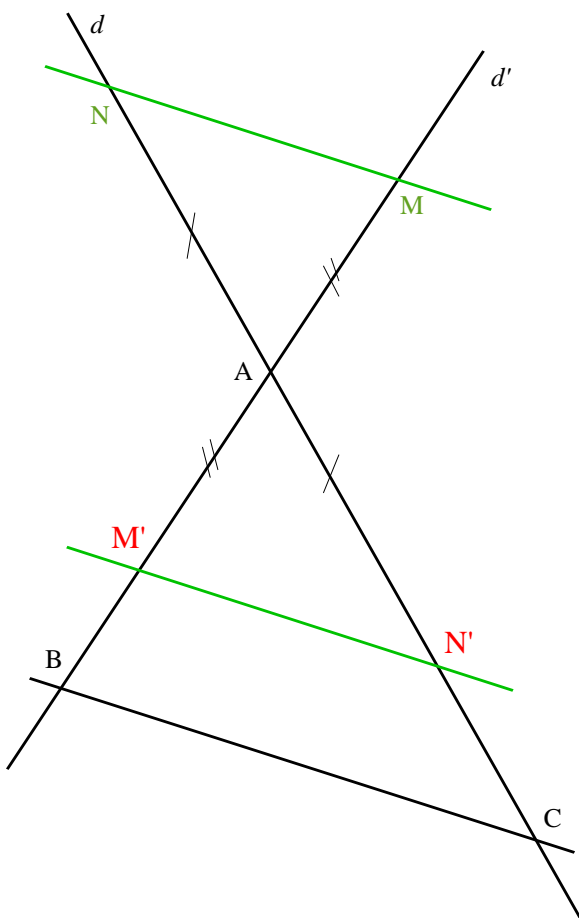
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

### 2°) Etude de la figure ②

Quelles égalités de quotients peux-tu écrire en appliquant le théorème rappelée dans « rappel » au triangle AMN de la figure ②. Complète :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

### 3°) Etude la figure ③



a. Sur la reproduction de la figure ③ ci-contre construis les points  $M'$  et  $N'$ , symétriques respectifs des points  $M$  et  $N$  par rapport à  $A$ .

b. Démontre que la droite  $(M'N')$  est parallèle à la droite  $(BC)$ .

On sait que  $(M'N')$  est le symétrique de  $(MN)$  par rapport à  $A$ .

Or dans une symétrie centrale, le symétrique d'une droite est une droite parallèle.

Donc  $(MN)$  parallèle à  $(M'N')$

Démontre que :

$$AM' = AM ; \quad AN' = AN \text{ et } M'N' = MN$$

On sait que les points  $M'$  et  $N'$ , symétriques respectifs des points  $M$  et  $N$  par rapport à  $A$ .

Donc  $AM' = AM$  et  $AN' = AN$

De plus dans une symétrie centrale, il y a conservation de la longueur des segments.

Donc  $M'N' = MN$

En déduire que : 
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

D'après la question b) comme  $(M'N')$  est parallèle à  $(BC)$ , on a : 
$$\frac{AM'}{AB} = \frac{AN'}{AC} = \frac{M'N'}{BC}$$

D'après la question b) on a aussi  $AM' = AM$  ;  $AN' = AN$  et  $M'N' = MN$ , donc 
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

4°) Dans les trois cas ①, ②, ③, que peux-tu dire des longueurs des côtés des triangles  $AMN$  et  $ABC$  ?

Les longueurs des côtés  $AMN$  sont proportionnelles à celles de  $ABC$ .

### Exercice n°3:

#### (1) Calcul de AC

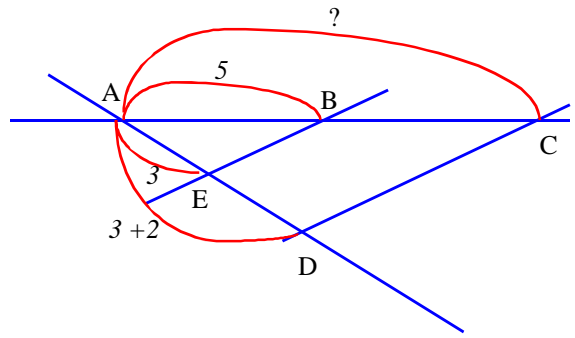
Les droites (BC) et (ED) sont sécantes en A et les droites (BE) et (CD) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{EB}{DC}$

soit  $\frac{5}{AC} = \frac{3}{3+2} = \frac{EB}{DC}$

On a :  $\frac{5}{AC} = \frac{3}{3+2}$ . D'où  $AC \times 3 = 5 \times 5$  et  $AC = \frac{25}{3}$

Conclusion :  $AC = \frac{25}{3}$  cm



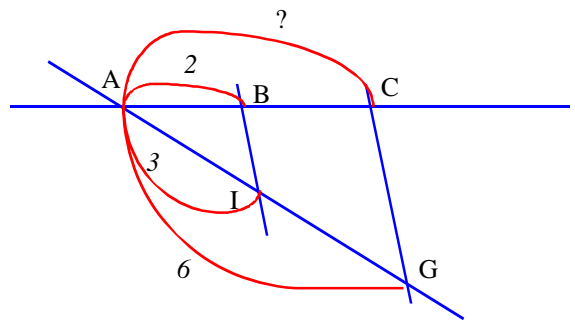
#### (2) Calcul de AC

Les droites (BC) et (IG) sont sécantes en A et les droites (BI) et (CG) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AB}{AC} = \frac{AI}{AG} = \frac{BI}{CG}$  soit  $\frac{2}{AC} = \frac{3}{6} = \frac{BI}{CG}$

On a :  $\frac{2}{AC} = \frac{3}{6}$ . D'où  $3 \times AC = 2 \times 6$  et  $AC = \frac{12}{3} = 4$

Conclusion :  $AC = 4$  cm



#### Calcul de BC

Comme B est un point de [AC], alors  $AB + BC = AC$ , donc

$BC = AC - AB = 4 - 2 = 2$

Conclusion :  $BC = 2$  cm

#### 3) Calcul de IK

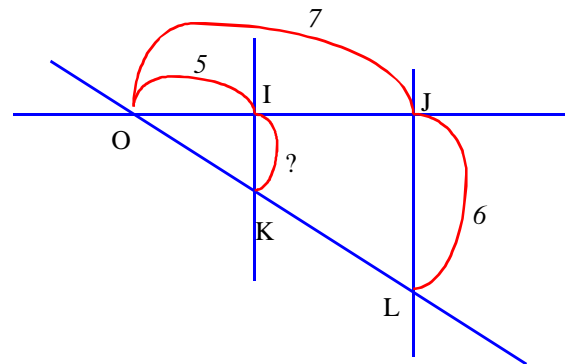
Les droites (IJ) et (KL) sont sécantes en O et les droites (KI) et (LJ) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{OI}{OJ} = \frac{OK}{OL} = \frac{IK}{JL}$

soit  $\frac{5}{7} = \frac{OK}{OL} = \frac{IK}{6}$

On a :  $\frac{5}{7} = \frac{IK}{6}$ . D'où  $7 \times IK = 5 \times 6$  et  $IK = \frac{30}{7}$

Conclusion :  $IK = \frac{30}{7}$  cm



#### (4) Calcul de MP et SR

Les droites (SI) et (PR) sont sécantes en M et les droites (PI) et (SR) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

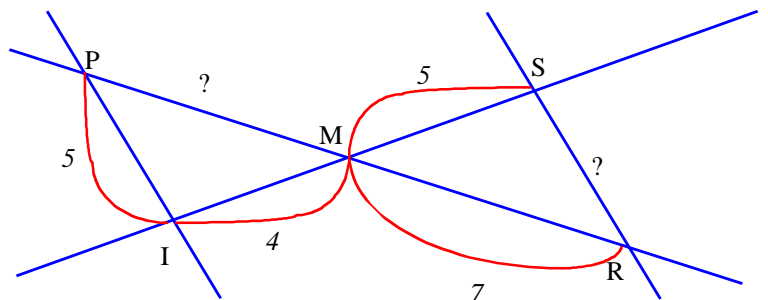
$\frac{PM}{MR} = \frac{MI}{MS} = \frac{PI}{SR}$  soit  $\frac{PM}{7} = \frac{4}{5} = \frac{5}{SR}$

Calcul de MP : On a :  $\frac{4}{5} = \frac{MP}{7}$ .

D'où  $5 \times MP = 4 \times 7$  et  $MP = \frac{28}{5} = 5,6$  Conclusion :  $MP = 5,6$  cm

Calcul de SR : On a :  $\frac{4}{5} = \frac{5}{SR}$ . D'où  $4 \times SR = 5 \times 5$  et  $SR = \frac{25}{4} = 6,25$

Conclusion :  $SR = 6,25$  cm



### (3) Calcul de KF

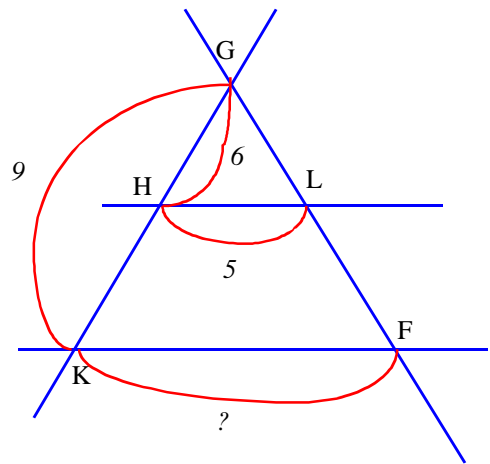
Les droites (HK) et (LF) sont sécantes en G et les droites (HK) et (LF) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{GH}{GK} = \frac{GL}{GF} = \frac{HL}{KF}$  soit

$$\frac{6}{9} = \frac{GL}{GF} = \frac{5}{KF}$$

On a :  $\frac{6}{9} = \frac{5}{KF}$ . D'où  $6 \times KF = 9 \times 5$  et  $KF = \frac{45}{6} = 7,5$

Conclusion : **KF = 7,5 cm**



### Exercice n°4 :

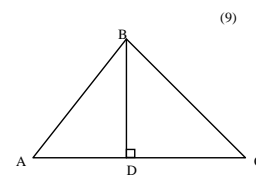
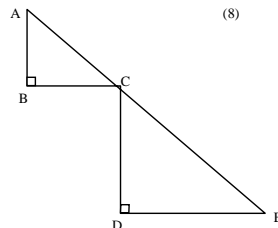
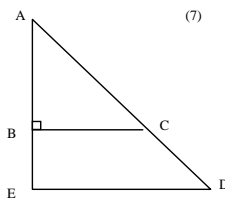
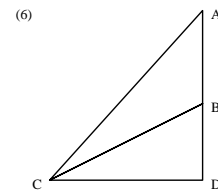
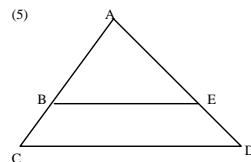
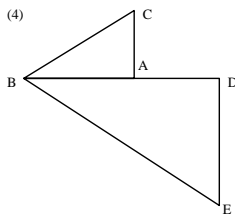
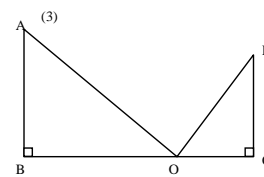
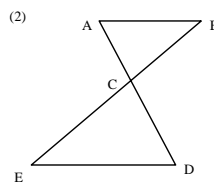
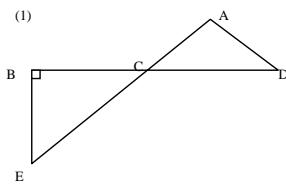


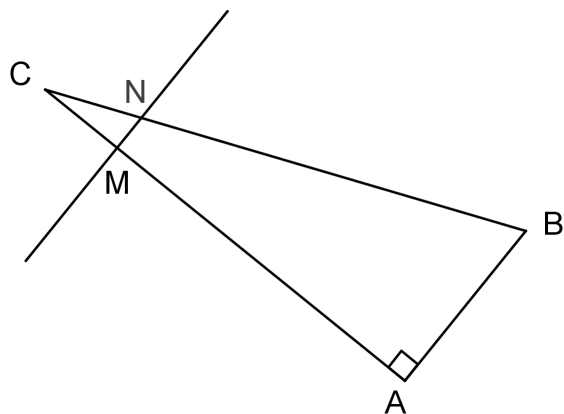
figure (2) : Les rapports sont  $\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CE} = \frac{AB}{ED}$

figure (5) : Les rapports sont  $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$

figure (7) : Les rapports sont  $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{ED}$

### Exercice n°5 :

1)



2) Le triangle ABC est rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$13^2 = 5^2 + AC^2$$

$$169 = 25 + AC^2$$

$$AC^2 = 169 - 25$$

$$AC^2 = 144$$

$$AC = \sqrt{144}$$

$$AC = 12$$

Conclusion : AC = 12 cm.

4) Les droites (AM) et (BN) sont sécantes en C.

Les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB}$  soit  $\frac{2,4}{12} = \frac{CN}{13} = \frac{MN}{5}$ .

Calcul de CN

$$\frac{2,4}{12} = \frac{CN}{13}$$

$$CN = \frac{13 \times 2,4}{12} = 2,6$$

Conclusion : CN mesure 2,6 cm.

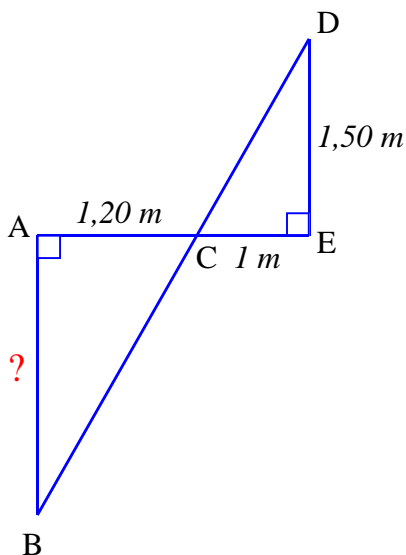
5) On sait que : les droites (AB) et (MN) sont parallèles et la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (AB).

Propriété : Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Conclusion : La droite (AC) est perpendiculaire à la droite (MN).

Conclusion : Le triangle CMN est rectangle en M.

### Exercice n°6:



On supposera (DE) et (AB) perpendiculaire à (AE).

On sait que si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre-elles.

Donc (AB) parallèle à (ED).

Les droites (AE) et (BC) sont sécantes en C et les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB} = \frac{DE}{AB}$  soit

$$\frac{1}{1,2} = \frac{CD}{CB} = \frac{1,5}{AB}$$

$$\text{On a : } \frac{1}{1,2} = \frac{1,5}{AB} \quad \text{c'est-à-dire} \quad AB \times 1 = 1,2 \times 1,5 \quad \text{et} \quad AB = \frac{1,8}{1} = 1,8$$

Conclusion : La profondeur du puit s'élève à 1,8 m

### Exercice n°7 :

On sait que : les droites (AB) et (A'B') sont perpendiculaires à la droite (BB').

Propriété : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Conclusion : Les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

2) Les droites (AA') et (BB') sont sécantes en O.

Les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB}$  soit  $\frac{OA'}{OA} = \frac{0,05}{15} = \frac{A'B'}{12}$ .

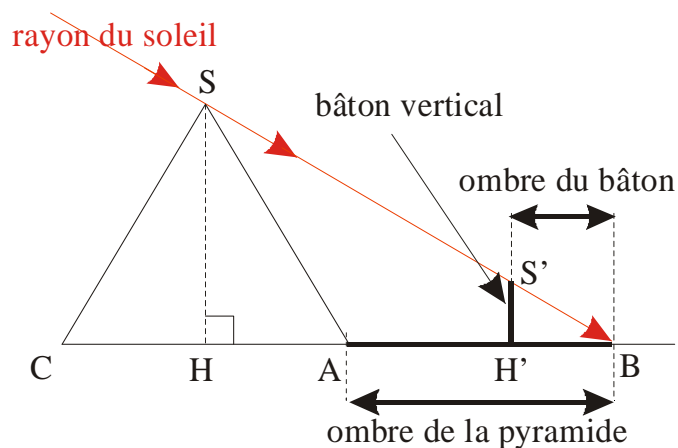
Calcul de A'B'

$$\frac{0,05}{15} = \frac{A'B'}{12}$$

$$A'B' = \frac{12 \times 0,05}{15} = 0,04$$

Conclusion : La hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule est de 0,04 m.

### Exercice n°8 :



En supposant que le bâton est perpendiculaire au sol, alors (SH) et (S'H') sont perpendiculaires à (CB).  
On sait que si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre-elles.

Donc (SH) parallèle à (S'H').

De plus  $BH = HA + AB = \frac{1}{2} \times 232 + 73 = 116 + 73 = 189$  ( m )

Les droites (SS') et (H'H) sont sécantes en B et les droites (SH) et (S'H') sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{BH'}{BH} = \frac{BS'}{BS} = \frac{S'H'}{SH}$  soit  $\frac{1,3}{189} = \frac{BS'}{BS} = \frac{1}{SH}$

On a :  $\frac{1,3}{189} = \frac{1}{SH}$  c'est-à-dire  $SH \times 1,3 = 1 \times 189$  et  $SH = \frac{189}{1,3} \approx 145,38$

Conclusion : La hauteur de la pyramide mesure environ 145 m