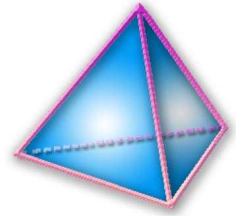


3- EME

Thème N°15 : PUISSANCE D'UN NOMBRE



A - Prendre un bon départ

Exercice n°1 : Calcule :

$$4^3 = 64 ; (-2)^3 = -8 ; (-1)^9 = -1 ; 5^3 = 125 ; 10^4 = 10\,000 ; 0^{15} = 0$$

$$10^{-3} = 0,001 ; 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = 0,0625 ; 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125} = 0,008 ; (-2)^{-4} = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

Exercice n°2 : Ecris sous la forme d'une puissance d'un nombre entier

$$\frac{1}{7^2} = 7^{-2} ; \frac{1}{10^8} = 10^{-8} ; \frac{1}{5^{-3}} = 5^3 ; \frac{1}{10^{-9}} = 10^9$$

Exercice n°3 : a) Ecrire sous forme de puissances de 10

$$10\,000 = 10^4 ; 1\,000 = 10^3 ; 1 = 10^0 ; 0,1 = 10^{-1} ; 10 = 10^1 ; 0,001 = 10^{-3}$$
$$0,000\,000\,1 = 10^{-7} ; 100 = 10^2 ; 0,000\,000\,000\,000\,1 = 10^{-13} ; 1\,000\,000\,000 = 10^9$$

b) Donne l'écriture décimale des nombres suivants :

$$10^3 = 1\,000 ; 10^{-4} = 0,0001 ; 10^{-9} = 0,000\,000\,001 ; 10^6 = 1\,000\,000$$
$$10^0 = 1 ; 10^{-3} = 0,001 ; 10^{-1} = 0,1 ; 10^1 = 10$$

Exercice n°4 : Complète :

$$35\,000 = 35 \times 1\,000 = 35 \times 10^3 ; 2\,300 = 23 \times 100 = 23 \times 10^2 ;$$
$$12\,500 = 12,5 \times 1\,000 = 12,5 \times 10^3 ; 584\,600\,000 = 58,46 \times 10\,000\,000 = 58,46 \times 10^7$$
$$56\,000\,000 = 5,6 \times 10^7 = 560 \times 10^5 = 0,56 \times 10^8 ; 49 = 0,49 \times 10^2 = 0,049 \times 10^3 = 49 \times 10^0$$
$$18\,800\,000\,000\,000 = 1,88 \times 10^{13} = 1\,880 \times 10^{10} = 0,0188 \times 10^{15}$$

Exercice n°5 :

a. Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont écrits en notation scientifique ?

$$A = 0,35 \times 10^3 ; B = 4,28 \times 10^6 ; C = 45 \times 10^{-5} ; D = 3,987 \times 10^{-8}$$

Les nombres **B** et **D** sont en notation scientifique.

b. Donne la notation scientifique des nombres suivants :

$$707 = 7,07 \times 10^2 ; 45\,200 = 4,52 \times 10^4 ; 87\,000\,000 = 8,7 \times 10^7 ; 0,75 = 7,5 \times 10^{-1}$$

$$0,095 = 9,5 \times 10^{-2} ; 0,00128 = 1,28 \times 10^{-3} ; -15,9 = -1,59 \times 10^1 ; 148,56 = 1,4856 \times 10^2$$

ACTIVITE : Découvrir les règles de calcul sur les puissances

A – Cas d'un produit

1. Complète les expressions suivantes :

$$3^4 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6 \quad ; \quad 2^5 \times 2^{-3} = 2^5 \times \frac{1}{2^3} = \frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2^2$$

$$(4 \times 3)^3 = (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) = 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 4^3 \times 3^3$$

$$(3 \times 5)^{-2} = \frac{1}{(3 \times 5)^2} = \frac{1}{(3 \times 5) \times (3 \times 5)} = \frac{1}{3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{3^2} \times \frac{1}{5^2} = 3^{-2} \times 5^{-2}$$

2. Ecris sous la forme d'une puissance d'un nombre ou a et b sont deux nombres non nuls, n et m deux entiers relatifs :

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad ; \quad a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

B – Cas d'un quotient

1. Complète les expressions suivantes :

$$\frac{4^2}{4^5} = \frac{4 \times 4}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{4^3} = 4^{-3} \quad ; \quad \frac{5^7}{5^{-3}} = \frac{5^7}{\frac{1}{5^3}} = 5^7 \times 5^3 = 5^{10}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{3^4}{5^4}$$

2. Ecris sous la forme d'une puissance d'un nombre ou a et b sont deux nombres non nuls, n et m deux entiers relatifs :

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad ; \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

C – Cas d'une puissance d'une puissance

1. Complète les expressions suivantes :

$$(5^3)^2 = 5^3 \times 5^3 = 5^6 \quad ; \quad ((-7)^4)^{-3} = \frac{1}{((-7)^4)^3} = \frac{1}{7^4 \times 7^4 \times 7^4} = \frac{1}{7^{12}} = 7^{-12}$$

2. Ecris sous la forme d'une puissance d'un nombre ou a un nombre relatif non nuls, n et m deux entiers relatifs :

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

Exercice n°6 : Ecris sous la forme d'une seule puissance de dix :

$$10^2 \times 10^5 = 10^{2+5} = 10^7 \quad ; \quad 10^4 \times 10^7 = 10^{4+7} = 10^{11} \quad ; \quad 10^2 \times 10 = 10^{2+1} = 10^3 \quad ;$$

$$10^6 \times 10^{-4} = 10^{6+(-4)} = 10^2 \quad ; \quad 10^{-8} \times 10^{-2} = 10^{-8+(-2)} = 10^{-10} \quad ; \quad 10 \times 10^5 = 10^{1+5} = 10^6 \quad ;$$

$$\frac{10^6}{10^3} = 10^{6-3} = 10^3 \quad ; \quad \frac{10^7}{10^2} = 10^{7-2} = 10^5 \quad ; \quad \frac{10^{12}}{10^5} = 10^{12-5} = 10^7 \quad ; \quad \frac{10^5}{10^3} = 10^{5-3} = 10^2 \quad ;$$

$$\frac{10^5}{10^7} = 10^{5-7} = 10^{-2}; \quad \frac{10^3}{10} = 10^{3-1} = 10^2; \quad \frac{10^3}{10^8} = 10^{3-8} = 10^{-5}; \quad (10^2)^4 = 10^{2 \times 4} = 10^8;$$

$$(10^3)^4 = 10^{3 \times 4} = 10^{12}; \quad (10^5)^6 = 10^{5 \times 6} = 10^{30}; \quad (10^2)^{10} = 10^{2 \times 10} = 10^{20}; \quad (10^5)^2 = 10^{5 \times 2} = 10^{10};$$

$$100 \times 10^3 = 10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5; \quad 10^3 \times (10^2)^5 = 10^3 \times 10^{2 \times 5} = 10^3 \times 10^{10} = 10^{3+10} = 10^{13};$$

$$10\,000 \times 10^{-3} = 10^4 \times 10^{-3} = 10^{4+(-3)} = 10^1; \quad 10^3 \times 10^5 \times 10^{-2} = 10^{3+5+(-2)} = 10^6;$$

$$10^4 \times (10^2)^4 = 10^4 \times 10^{2 \times 4} = 10^4 \times 10^8 = 10^{4+8} = 10^{12};$$

$$\frac{10^3 \times 10^4}{10^2} = \frac{10^{3+4}}{10^2} = \frac{10^7}{10^2} = 10^{7-2} = 10^5; \quad \frac{10^5 \times 10^3}{10^{-2}} = \frac{10^{5+3}}{10^{-2}} = \frac{10^8}{10^{-2}} = 10^{8-(-2)} = 10^{10};$$

Exercice n°7 : Calcule à l'aide de la puissance d'un seul nombre:

$$10^3 \times 10^5 = 10^{3+5} = 10^8; \quad 10^{-2} \times 10^{-4} = 10^{-2+(-4)} = 10^{-6}; \quad 10^{-3} \times 10^2 = 10^{-3+2} = 10^{-1}$$

$$10^{-9} \times 10 = 10^{-9+1} = 10^{-8}; \quad 10^{-3} \times 10^2 \times 10^4 = 10^{-3+2+4} = 10^3; \quad 2^3 \times 2^{-6} = 2^{3+(-6)} = 2^{-3}$$

$$-5 \times (-5)^4 = (-5)^{1+4} = (-5)^5; \quad 3^{-5} \times 3^{-2} = 3^{-5+(-2)} = 3^{-7}; \quad 2^7 \times 2 \times 2^{-5} = 2^{7+1+(-5)} = 2^3$$

$$7^{-2} \times 7^{-3} \times (-7)^2 = 7^{-2} \times 7^{-3} \times 7^2 = 7^{-2+(-3)+2} = 7^{-3}$$

$$\frac{7^3}{5^3} = \left(\frac{7}{5}\right)^3; \quad \frac{10^{-4}}{2^{-4}} = \left(\frac{10}{2}\right)^{-4} = 5^{-4}; \quad ((-6)^2)^{-3} = (-6)^{2 \times (-3)} = (-6)^{-6} = 6^{-6}$$

$$(7^5)^{-7} = 7^{5 \times (-7)} = 7^{-35}; \quad ((-10)^{-3})^{-2} = (-10)^{-3 \times (-2)} = (-10)^6 = 10^6$$

$$\frac{10^8}{10^{-3}} = 10^{8-(-3)} = 10^{11}; \quad \frac{10^{-3}}{10^5} = 10^{-3-5} = 10^{-8}; \quad \frac{10^2}{10^5} = 10^{2-5} = 10^{-3}$$

$$\frac{10^4 \times 10^{-5}}{10^3 \times 10^5} = \frac{10^{4+(-5)}}{10^{3+5}} = \frac{10^{-1}}{10^8} = 10^{-1-8} = 10^{-9}$$

$$\frac{10^{-5} \times 10^3}{10^{-4^5}} = \frac{10^{-5+3}}{10^{-4}} = \frac{10^{-2}}{10^{-4}} = 10^{-2-(-4)} = 10^2$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{5}{2}\right)^3 = -\left(\frac{5}{2}\right)^2 \times \left(\frac{5}{2}\right)^3 = -\left(\frac{5}{2}\right)^{2+3} = -\left(\frac{5}{2}\right)^5; \quad \frac{5^6 \times 5^3}{5^8} = \frac{5^{6+3}}{5^8} = \frac{5^9}{5^8} = 5^{9-8} = 5$$

$$\frac{(-3)^4 \times 3^7}{(-3)^{-5}} = -\frac{3^4 \times 3^7}{3^{-5}} = -\frac{3^{4+7}}{3^{-5}} = -\frac{3^{11}}{3^{-5}} = -3^{11-(-5)} = -3^{16}$$

$$\frac{7^{-2} \times (-7)^5}{7^3 \times 7^{-4}} = -\frac{7^{-2} \times 7^5}{7^3 \times 7^{-4}} = -\frac{7^{-2+5}}{7^{3+(-4)}} = -\frac{7^3}{7^{-1}} = -7^{3-(-1)} = -7^4$$

Exercice n°8 : Calcule:

$$A = 2^4 + 3^2 = 16 + 9 = 25 ; \quad B = 2 \times 5^4 = 2 \times 625 = 1250 ; \quad C = (-3)^2 \times 5^3 = 9 \times 125 = 1\,125$$

$$D = (-0,1)^4 = 0,0001 ; \quad E = (-10)^5 \times 4^2 = -100\,000 \times 16 = -1\,600\,000 ;$$

$$F = (-5)^3 \times (-2)^3 = (5 \times 2)^3 = 10^3 = 1\,000 ; \quad G = \frac{2^3}{2^4} = 2^{3-4} = 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$H = \frac{(-3)^3}{3^4} = -\frac{3^3}{3^4} = -3^{3-4} = -3^{-1} = -\frac{1}{3} ; \quad I = 10^2 \times 10^{-2} = 10^{2+(-2)} = 10^0 = 1 ;$$

$$J = 10^3 \times 10^{-5} = 10^{3+(-5)} = 10^{-2} = 0,01 ; \quad K = (-10)^{-2} \times 10^5 = 10^{-2} \times 10^5 = 10^{-2+5} = 10^3 = 1\,000$$

$$L = 10^2 \times 10^{-4} \times 10^{-5} = 10^{2+(-4)+(-5)} = 10^{-7} = 0,000\,0001 ;$$

$$M = (-10)^3 \times (-10)^5 = 10^3 \times 10^5 = 10^{3+5} = 10^8 = 100\,000\,000$$

Exercice n°9 : Ecris les nombres suivants en notation scientifique :

$$A = 0,000\,028 = 2,8 \times 10^{-5}$$

$$B = 325,42 = 3,2542 \times 10^2$$

$$C = 0,000\,000145 = 1,45 \times 10^{-7}$$

$$D = 47\,000 \times 10^3 = 4,7 \times 10^4 \times 10^3 = 4,7 \times 10^7$$

$$E = 0,052 \times 10^{-4} = 5,2 \times 10^{-2} \times 10^{-4} = 5,2 \times 10^{-6}$$

$$F = 38\,000\,000\,000 \times 10^5 \times 1\,000 = 3,8 \times 10^{10} \times 10^5 \times 10^3 = 3,8 \times 10^{18}$$

$$G = 0,000\,007\,328 \times 10\,000 = 7,328 \times 10^{-6} \times 10^4 = 7,328 \times 10^{-2}$$

Exercice n°10 : Donne les écritures décimale et scientifiques des nombres suivants :

$$A = \frac{49 \times 10^{35}}{7 \times 10^{34}}$$

$$A = \frac{49}{7} \times \frac{10^{35}}{10^{34}}$$

$$A = 7 \times 10^{35-34}$$

$$A = 7 \times 10^1$$

$$A = 70$$

L'écriture scientifique de A est 7×10^1

L'écriture décimale de A est 70

$$B = \frac{150 \times 10^3 \times 8 \times 10^5}{6 \times 10^7}$$

$$B = \frac{150 \times 8}{6} \times \frac{10^3 \times 10^5}{10^7}$$

$$B = \frac{1200}{6} \times \frac{10^8}{10^7}$$

$$B = 200 \times 10^{8-7}$$

$$B = 200 \times 10^1$$

$$B = 2 \times 10^2 \times 10^1$$

$$B = 2 \times 10^3$$

$$B = 2\,000$$

L'écriture scientifique de B est 2×10^3

L'écriture décimale de B est 2 000

$$C = \frac{14 \times 10^2 \times 75 \times 10^{-7}}{35 \times 10^{-3}}$$

$$C = \frac{14 \times 75}{35} \times \frac{10^2 \times 10^{-7}}{10^{-3}}$$

$$C = \frac{2 \times 7 \times 5 \times 15}{7 \times 5} \times \frac{10^{-5}}{10^{-3}}$$

$$C = 30 \times 10^{-5-(-3)}$$

$$C = 30 \times 10^{-2}$$

$$C = 3 \times 10^1 \times 10^{-2}$$

$$C = 3 \times 10^{-1}$$

$$C = 0,3$$

L'écriture scientifique de C est 3×10^{-1}

L'écriture décimale de C est 0,3

$$D = \frac{35 \times 10^{18} \times 3 \times 10^{-5}}{42 \times 10^{10}}$$

$$D = \frac{35 \times 3}{42} \times \frac{10^{18} \times 10^{-5}}{10^{10}}$$

$$D = \frac{7 \times 5 \times 3}{7 \times 2 \times 3} \times \frac{10^{13}}{10^{10}}$$

$$D = \frac{5}{2} \times 10^{13-10}$$

$$D = \frac{5}{2} \times 10^3$$

$$D = 2,5 \times 10^3$$

$$D = 2\,500$$

L'écriture scientifique de D est $2,5 \times 10^3$

L'écriture décimale de D est 2 500

$$E = \frac{1,6 \times (10^{-3})^4}{4 \times 10^{-9}}$$

$$E = \frac{1,6}{4} \times \frac{(10^{-3})^4}{10^{-9}}$$

$$E = 0,4 \times \frac{10^{-12}}{10^{-9}}$$

$$E = 0,4 \times 10^{-12-(-9)}$$

$$E = 0,4 \times 10^{-3}$$

$$E = 4 \times 10^{-1} \times 10^{-3}$$

$$E = 4 \times 10^{-4}$$

$$E = 0,000\,4$$

L'écriture scientifique de E est 4×10^{-4}

L'écriture décimale de E est 0,000 4

$$F = \frac{3,9 \times (10^{-2})^2}{3 \times 10^{-5}}$$

$$F = \frac{3,9}{3} \times \frac{(10^{-2})^2}{10^{-5}}$$

$$F = 1,3 \times \frac{10^{-4}}{10^{-5}}$$

$$F = 1,3 \times 10^{-4-(-5)}$$

$$F = 1,3 \times 10^1$$

$$F = 13$$

L'écriture scientifique de F est $1,3 \times 10^1$

L'écriture décimale de F est 13

$$G = \frac{2 \times 10^7 \times 5 \times (10^{-5})^2}{2 + 18}$$

$$G = \frac{2 \times 5}{2 + 18} \times \frac{10^7 \times (10^{-5})^2}{1}$$

$$G = \frac{10}{20} \times 10^7 \times 10^{-10}$$

$$G = 0,5 \times 10^{-3}$$

$$G = 5 \times 10^{-1} \times 10^{-3}$$

$$G = 5 \times 10^{-4}$$

$$G = 0,000\,5$$

L'écriture scientifique de G est 5×10^{-4}

L'écriture décimale de G est 0,000 5