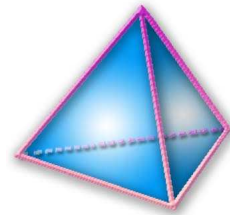


FONCTIONS (2) : FONCTION LINEAIRE (1) : REPRESENTATIONS GRAPHIQUES

A la fin du thème, tu dois savoir :

- ☞ Définition d'une fonction linéaire
- ☞ Retrouver l'expression d'une fonction linéaire
- ☞ Calculer l'image d'un nombre par une fonction linéaire
- ☞ Calculer un antécédent par une fonction linéaire
- ☞ Construire la représentation graphique d'une fonction linéaire



ACTIVITE : « LA FONCTION LINEAIRE »



" LES GAUFRES "

A l'occasion de la fête du village, Julien et Nathalie ont décidé de faire des gaufres et de les vendre **2 € pièce**.

A) LES RECETTES

1°) On désigne par x le nombre de gaufres vendues et par y la recette.

Complète le tableau :

x	0	10	25	40	50	80	120	
y	0	20	50	80	100	160	240	× 2

C'est un tableau de **proportionnalité**. A tout nombre x , on fait correspondre y égal à **$2x$** .

Ce mécanisme est noté $x \mapsto 2x$. On dit que x a pour image $2x$ (où $2x$ est l'image de x); ce mécanisme est appelé **fonction linéaire de coefficient 2**.

Le processus est « je multiplie par 2 »

Appelons f cette fonction.

Complète:

10 a pour image 20

$10 \mapsto 20$

$f(10) = 20$

40 a pour image 80

$40 \mapsto 80$

$f(40) = 80$

200 est l'image de 100

$100 \mapsto 200$

$f(100) = 200$

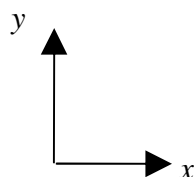
400 est l'image de 200

$200 \mapsto 400$

$f(200) = 400$

2°) Représentation graphique:

Sur une feuille de papier millimétré, représente le tableau de valeurs en prenant 1 cm pour 10 gaufres et en ordonnée 1 cm pour 10 €.



Ecris tes remarques à propos du graphique :

Les points sont alignés sur une demi droite d'origine l'origine du repère.

3°) a) Pour cette partie, **le prix d'une gaufre est de 4 €**.

Notons f_1 **la fonction linéaire** qui à x fait correspondre $4x$, c'est-à-dire $f_1 : x \mapsto 4x$ ou encore $f_1(x) = 4x$
Complète

x	0	5	10	20	25	30	40	50	60
$f_1(x) = 4x$	0	20	40	80	100	120	160	200	240

Représente sur le même graphique la fonction linéaire f_1 .

Comment évolue le graphique ?:

La demi-droite d'origine l'origine du repère se « rapproche » de l'axe des ordonnées

b) On suppose maintenant que **le prix de vente d'une gaufre est de 1 €**

Notons f_2 **la fonction linéaire** qui à x fait correspondre x , c'est-à-dire $f_2 : x \mapsto x$ ou encore $f_2(x) = x$
Complète le tableau suivant :

x	0	5	10	20	30	40	50	100	120
$f_2(x) = x$	0	5	10	20	30	40	50	100	120

Représente sur le même graphique la fonction linéaire f_2 .

Comment évolue le graphique ?:

La demi-droite d'origine l'origine du repère « se rapproche » de l'axe des abscisses.

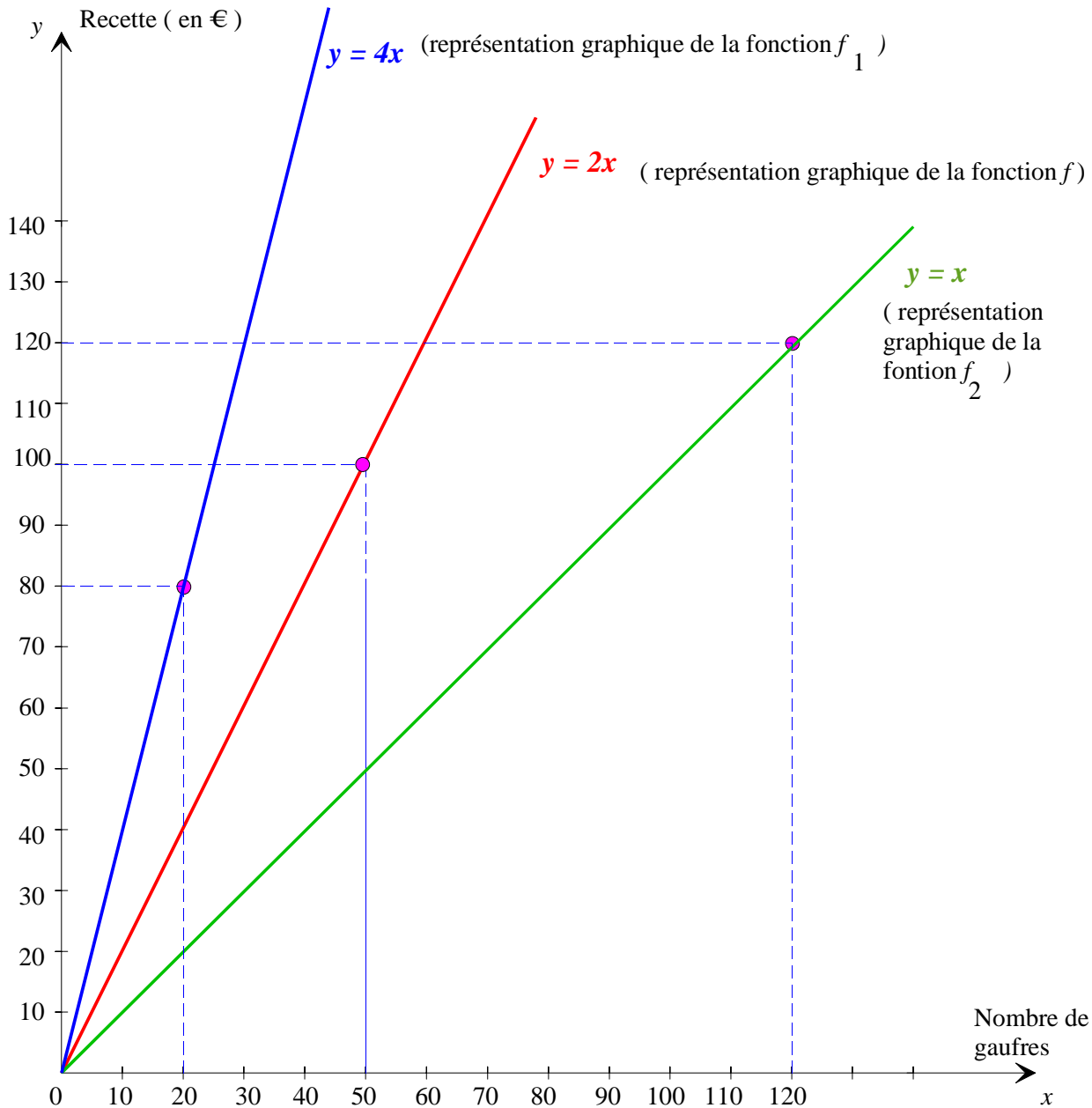
c) La représentation graphique de la fonction linéaire $x \mapsto ax$ est **la droite d'équation $y = ax$** . On appelle **a** **le coefficient directeur**.

Complète:

Pour la fonction f , l'équation de la droite est $y = 2x$ et le coefficient directeur est **2**.

Pour la fonction f_1 , l'équation de la droite est $y = 4x$ et le coefficient directeur est **4**.

Pour la fonction f_2 , l'équation de la droite est $y = x$ et le coefficient directeur est **1**.



Exercice n°1:

On donne cinq programmes de calcul : écris-les sous la forme $x \mapsto \dots$, et dis s'il s'agit d'une fonction linéaire (en indiquant son coefficient) :

a) Pour trouver l'image d'un nombre, on le multiplie par 7.

$x \mapsto 7x$; fonction linéaire de coefficient 7

b) Pour trouver l'image d'un nombre, on le multiplie par -6 et on ajoute 7.

$x \mapsto -6x + 7$; fonction non linéaire

c) Pour trouver l'image d'un nombre, on le multiplie par lui-même et on ajoute 1.

$x \mapsto x^2 + 1$; fonction non linéaire

d) Pour trouver l'image d'un nombre, on le multiplie par 2,8.

$x \mapsto 2,8x$; fonction linéaire de coefficient 2,8

e) Pour trouver l'image d'un nombre, on le multiplie par 5 et on soustrait 6,3.

$x \mapsto 5x - 6,3$; fonction non linéaire

Exercice n°2:

Exemple : Soit la fonction linéaire $f : x \mapsto 2x$.

x	$f(x)$
x	$2x$
1	2
2	4
10	20
20	40

Questions :

- Quelle est l'image de 2 ? ..4..

- Quel nombre a pour image 2 ? 1

- Compléter :

$$f(20) = 40$$

$$f(10) = 20$$

Soit la fonction linéaire $g : x \mapsto -3x$.

x	$g(x)$
x	$-3x$
3	-9
2	-6
-4	12
-5	15

Questions :

- Quelle est l'image de 3 ? -9

- Quel nombre a pour image 12 ? -4

- Compléter :

$$g(5) = -15$$

$$g(3) = -9$$

Soit la fonction linéaire $f : x \mapsto 5x$.

x	$f(x)$
x	$5x$
1	5
2	10
10	50
50	250

Questions :

- Quelle est l'image de 2 ? 10

- Quel nombre a pour image 50 ? 10

- Compléter :

$$f(50) = 250$$

$$f(1) = 5$$

Soit la fonction linéaire $h : x \mapsto -4x$.

x	$h(x)$
x	$-4x$
2	-8
-2	8
32	-128
-8	32

Questions :

- Quelle est l'image de 32 ? -128

- Quel nombre a pour image 32 ? -8

- Compléter :

$$h(-2) = 8$$

$$h(1) = -4$$

Exercice n°3:

Exemple :

Soit la fonction linéaire $f : x \mapsto 2x$.

a. Calculer l'image de 3.

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x \\ f(3) &= 2 \times 3 \\ f(3) &= 6 \end{aligned}$$

Donc :
 $f(3) = 6$

b. Calculer le nombre dont l'image est (-8).

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x \\ -8 &= 2x \\ -4 &= x \end{aligned}$$

Donc :
 $f(-4) = -8$

Soit la fonction linéaire $f : x \mapsto 5x$.

a. Calculer l'image de 3.

$$\begin{aligned} f(x) &= 5x \\ f(3) &= 5 \times 3 \\ f(3) &= 15 \end{aligned}$$

Donc :
 $f(3) = 15$

b. Calculer le nombre dont l'image est (-15).

$$\begin{aligned} f(x) &= 5x \\ -15 &= 5x \\ -3 &= x \end{aligned}$$

Donc :
 $f(-3) = -15$

Soit la fonction linéaire $g : x \mapsto 3x$.

a. Calculer l'image de (-4).

$$\begin{aligned} g(x) &= 3x \\ g(-4) &= 3 \times (-4) \\ g(-4) &= -12 \end{aligned}$$

Donc :
 $g(-4) = -12$

b. Calculer le nombre dont l'image est (-15).

$$\begin{aligned} g(x) &= 3x \\ -15 &= 3x \\ -5 &= x \end{aligned}$$

Donc :
 $g(-5) = -15$

Soit la fonction linéaire $h : x \mapsto -7x$.

a. Calculer l'image de (-2).

$$\begin{aligned} h(x) &= -7x \\ h(-2) &= -7 \times (-2) \\ h(-2) &= 14 \end{aligned}$$

Donc :
 $h(-2) = 14$

b. Calculer le nombre dont l'image est 35.

$$\begin{aligned} h(x) &= -7x \\ 35 &= -7x \\ -5 &= x \end{aligned}$$

Donc :
 $h(-5) = 35$

Exercice n°4:

Soit f la fonction linéaire $f: x \mapsto -2x$.

a) Calcule l'image de 7 par la fonction f .

$$f(x) = -2x$$

$$f(7) = -2 \times 7$$

$$f(7) = -14$$

L'image de 7 par la fonction linéaire f est -14.

b) Calcule le nombre ayant pour image 12 par la fonction f .

$$f(x) = -2x$$

$$12 = -2x$$

$$-\frac{12}{2} = x$$

$$-6 = x$$

Le nombre ayant pour image 12 par la fonction linéaire f est -6

Exercice n°5:

Soit f_1 la fonction telle que $f_1(x) = 5x$.

a) Calcule $f_1(2)$.

$$f_1(x) = 5x$$

$$f_1(2) = 5 \times 2$$

$$f_1(2) = 10$$

L'image de 2 par la fonction linéaire f_1 est 10

b) Calcul du nombre ayant pour image 18 par f_1 .

$$f_1(x) = 5x$$

$$18 = 5x$$

$$\frac{18}{5} = x$$

$$3,6 = x$$

Le nombre ayant pour image 18 par la fonction linéaire f_1 est 3,6.

Exercice n°6:

a) Images de : -1 ; 1 ; 0 ; 4 ; $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{2}$ par la fonction linéaire $f: x \mapsto -3x$.

$$f(x) = -3x$$

$$f(-1) = -3 \times (-1)$$

$$f(-1) = 3$$

L'image de -1 par la fonction linéaire f est 3.

$$f(x) = -3x$$

$$f(0) = -3 \times 0$$

$$f(0) = 0$$

L'image de 0 par la fonction linéaire f est 0

$$f(x) = -3x$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = -3 \times \frac{2}{3}$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = -2$$

L'image de $\frac{2}{3}$ par la fonction linéaire f est -2

$$f(x) = -3x$$

$$f(1) = -3 \times 1$$

$$f(1) = -3$$

L'image de 1 par la fonction linéaire f est -3

$$f(x) = -3x$$

$$f(4) = -3 \times 4$$

$$f(4) = -12$$

L'image de 4 par la fonction linéaire f est -12

$$f(x) = -3x$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = -3 \times \frac{3}{2}$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = -4,5$$

L'image de $\frac{3}{2}$ par la fonction linéaire f est -4,5

b) Calcul des nombres qui ont pour image 15 et -8.

$$f(x) = -3x$$

$$15 = -3x$$

$$-\frac{15}{3} = x$$

$$-5 = x$$

Le nombre ayant pour image 15 par la fonction linéaire f est -5

$$f(x) = -3x$$

$$-8 = -3x$$

$$\frac{8}{3} = x$$

Le nombre ayant pour image -8 par la fonction linéaire f est $\frac{8}{3}$

Exercice n°7: Complète le tableau suivant, sachant que f est la fonction linéaire définie par $f(x) = -5x$

x	-3	-1	0	2	5	8
$f(x)$	15	5	0	-10	-25	-40

Exercice n°8:

Recopie et complète avec le mot « images » ou avec l'expression « nombres de départ » :

- On représente les **nombres de départ** sur l'axes des abscisses.
- On représente les **images** sur l'axes des ordonnées.

Exercice n°9: On considère la fonction f définie par $f : x \mapsto 3x$

1. Complète le tableau de valeurs suivants :

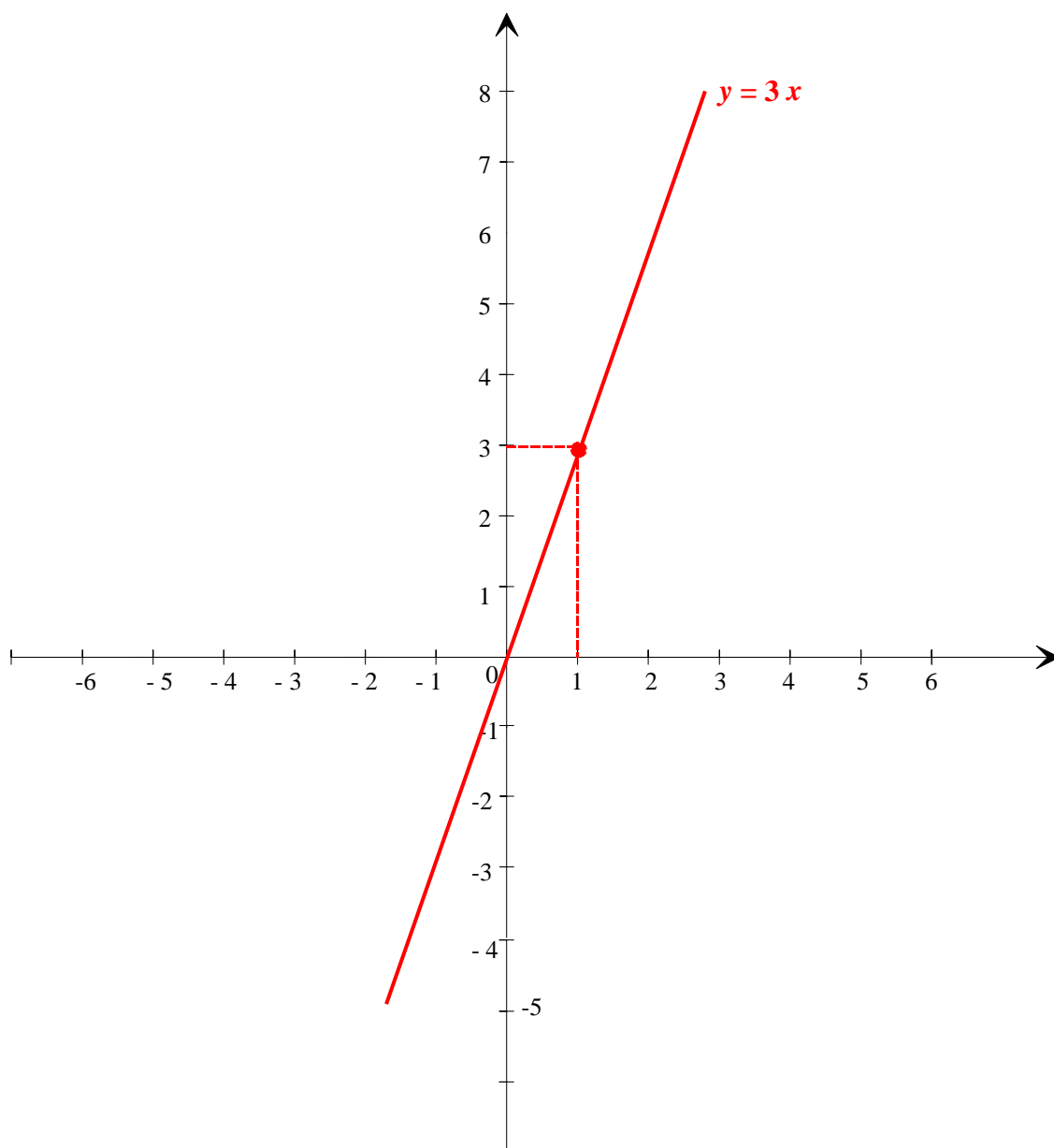
x	-3	-2,5	-2	-1	0	1,5	2	3
$f(x)$	-9	-7,5	-6	-3	0	4,5	6	9

2. Justifie que le tableau obtenu à la question 1. Est un tableau de proportionnalité.

Tous les nombres de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant les nombres de la première ligne par un même nombre 3. 3 est le coefficient de proportionnalité.

3. Peut-on prévoir la nature de la courbe représentative de la fonction f

La représentation graphique de la fonction f est une droite qui passe par l'origine du repère.



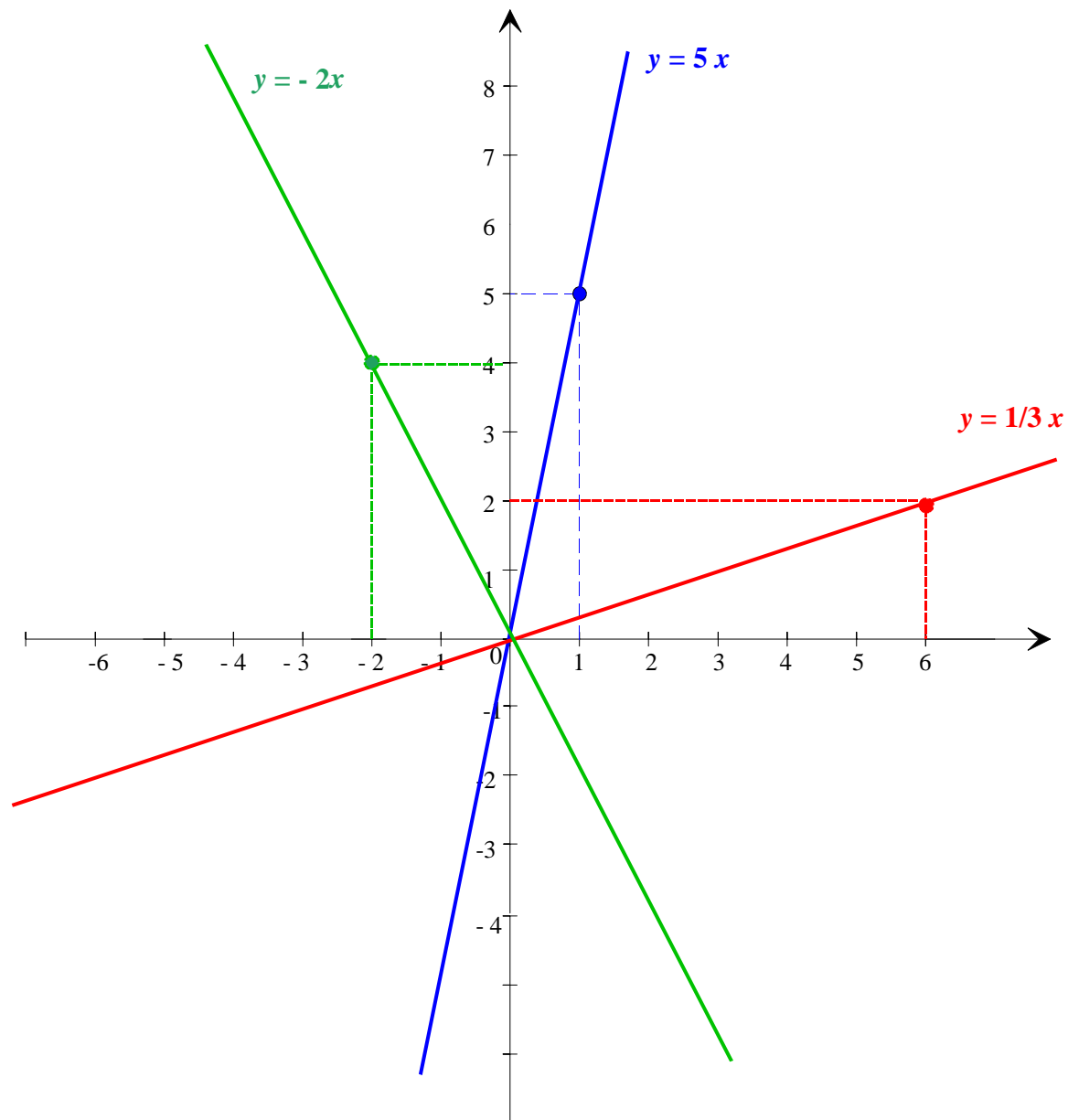
Exercice n°10:

Sur un même repère, trace les représentations graphiques des fonctions suivantes :

$$f: x \mapsto 5x; \quad g: x \mapsto -2x; \quad h: x \mapsto \frac{1}{3}x.$$

x	0	1
$f(x)$	0	5

x	0	-2
$g(x)$	0	4



Exercice n°11:

Situation N°1: On considère un rectangle de longueur 15 cm et de largeur variable x ; on note $a(x)$ son aire.

Complète: $a(x) = 15x$

x	1	2	3	4	5	6
$a(x)$	15	30	45	60	75	90

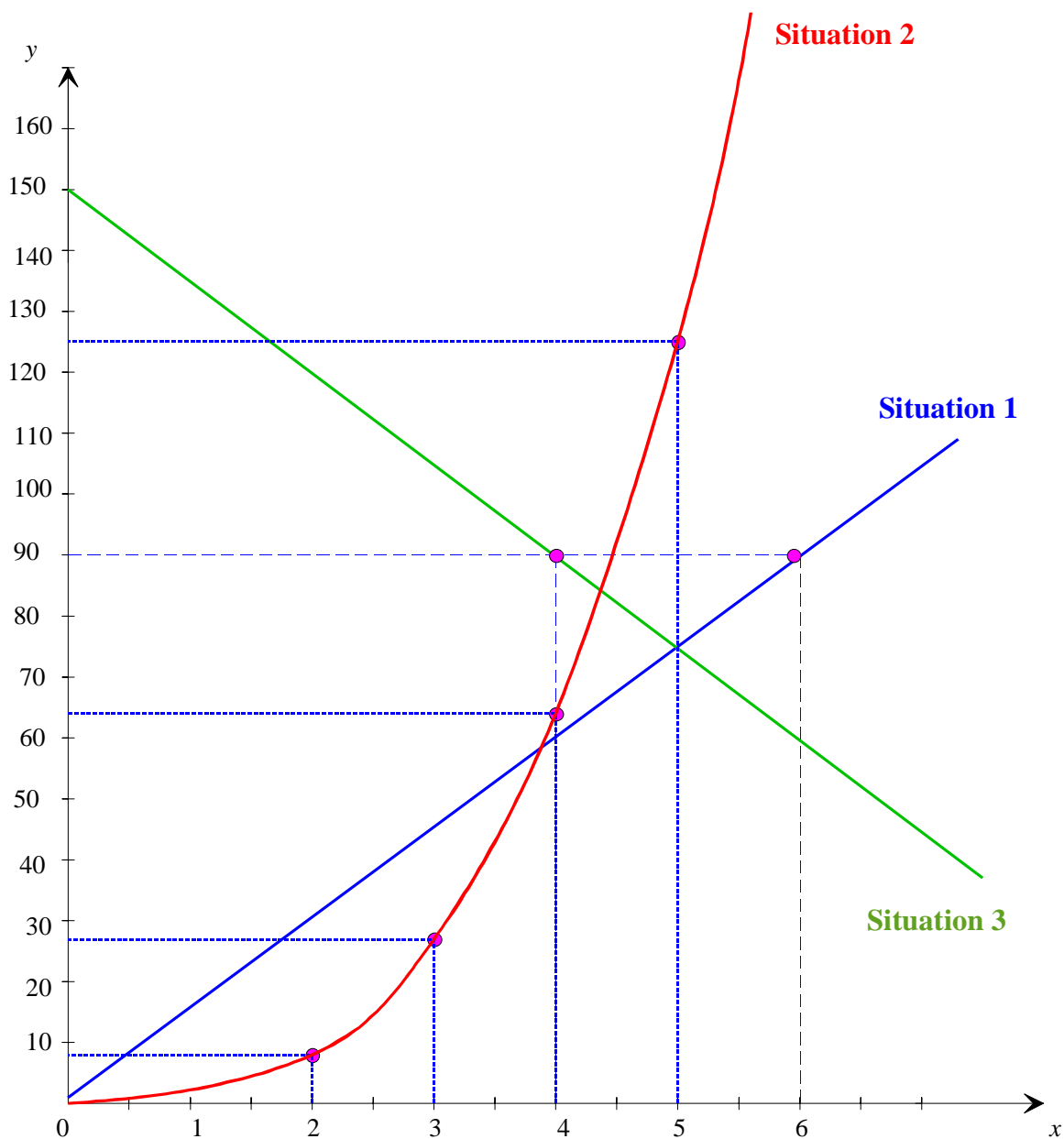
Situation N°2: On considère un cube d'arête x et on note son volume $v(x)$.

Complète: $v(x) = x^3$

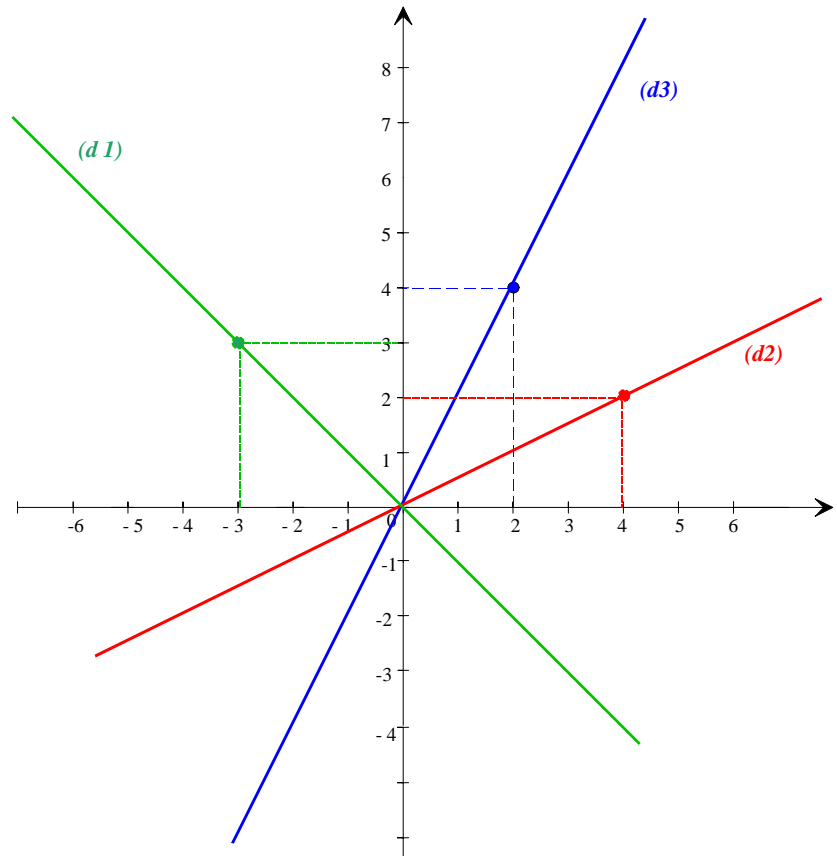
x	0	1	2	3	4	5
$v(x)$	0	1	8	27	64	125

Situation N°3: On considère un rectangle de largeur 10 m et de longueur 15 m: on diminue sa largeur de x m; on note $a(x)$ l'aire du rectangle obtenu. Complète: $a(x) = (10 - x) \times 15 = -15x + 150$

x	0	1	2	3	4	5
$a(x)$	150	135	120	105	90	75



Exercice n°12:



- f est une fonction linéaire dont la représentation graphique est la droite $(d1)$.

Détermine f : $f \mapsto -x$

- g est une fonction linéaire dont la représentation graphique est la droite $(d2)$.

Détermine g : $g \mapsto \frac{1}{2}x$.

- h est une fonction linéaire dont la représentation graphique est la droite $(d3)$.

Détermine h : $h \mapsto 2x$