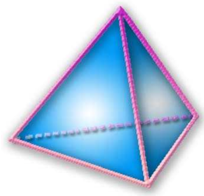
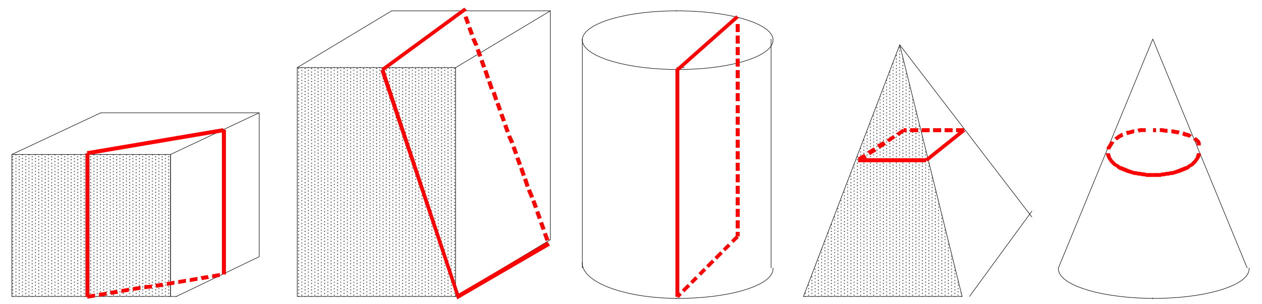
# THEME 12 : GEOMETRIE DE L'ESPACE (2)
# MEDELISER UNE SITUATION SPATIALE
# SECTIONS

*A la fin du thème, tu dois savoir* :

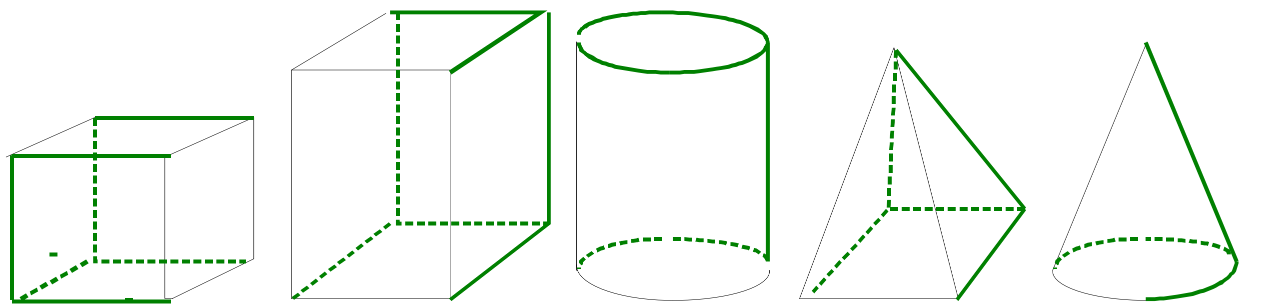
- Dessiner et calculer l'aire d'une section d'un pavé droit par un plan .
- Calculer les dimensions de la section d'un cylindre par un plan.
- Calculer le volume d'un cône « réduit »
- Comment calculer le rayon de la section d'une sphère par un plan.
- Représenter la section d'un prisme droit par un plan avec Geogebra.

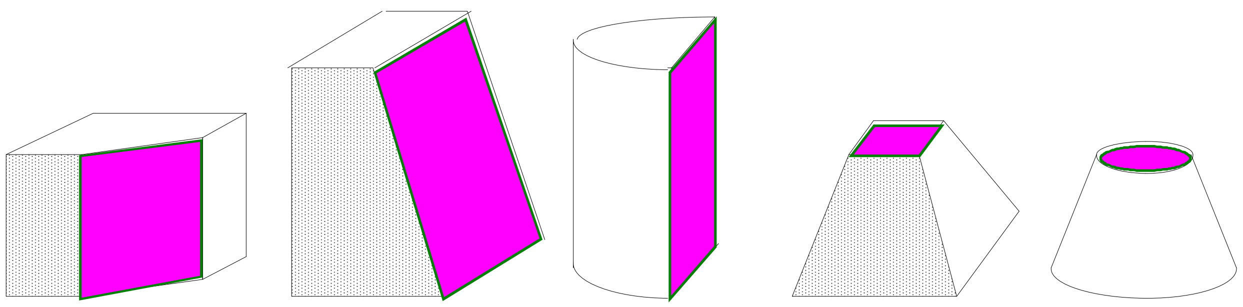


## ACTIVITE 1:



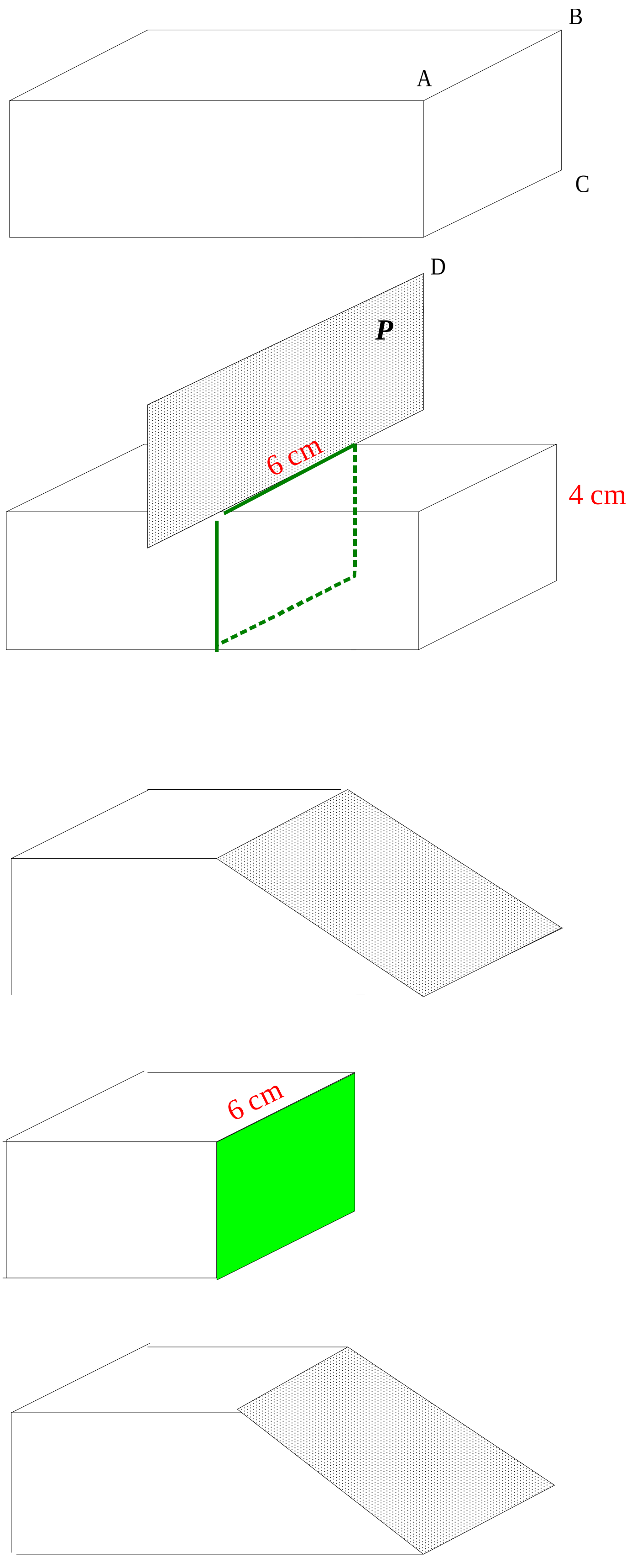
| Cube | Pavé | Cylindre | Pyramide | Cône de révolution |
|---|---|---|---|---|

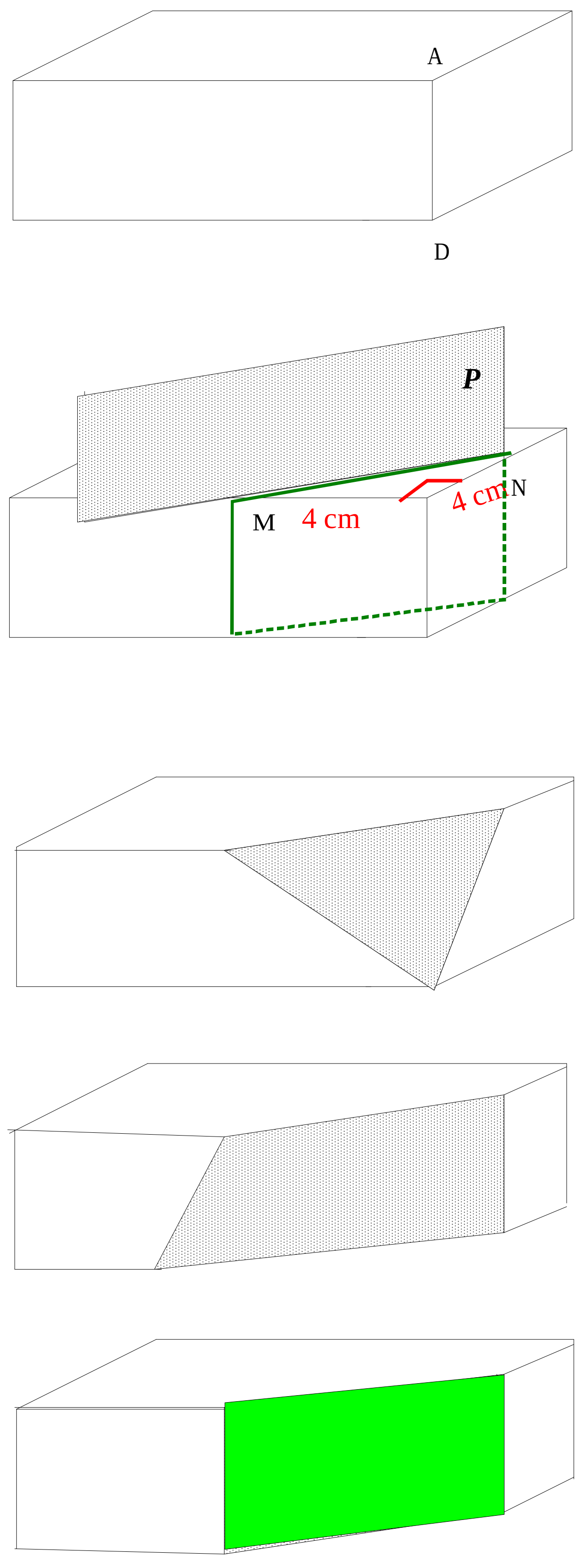


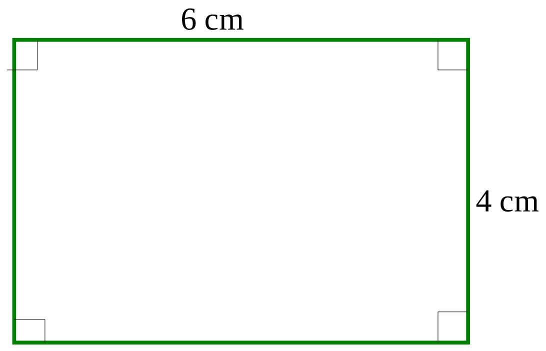


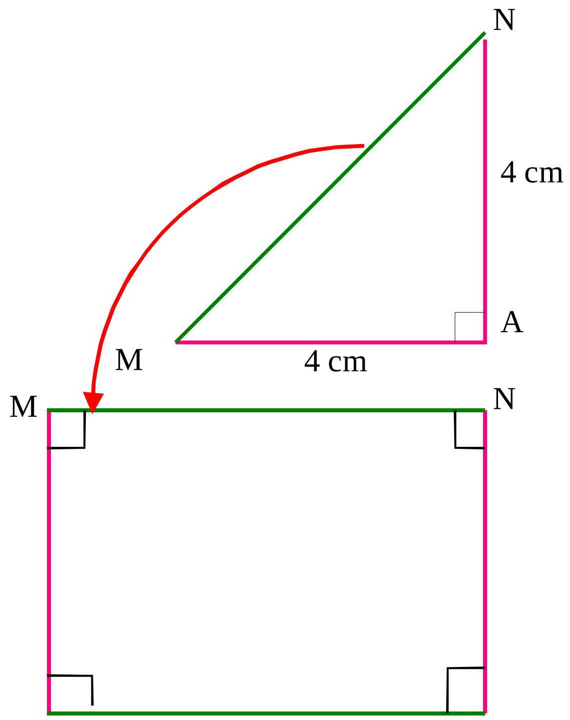
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nature: Rectangle............... | Nature: .......Rectangle........ | Nature: ......Rectangle... | Nature: ...Rectangle...... | Nature: .Disque.......... |

## ACTIVITE 2:

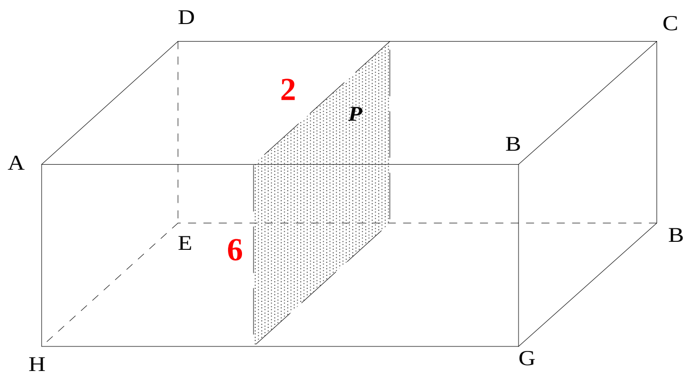


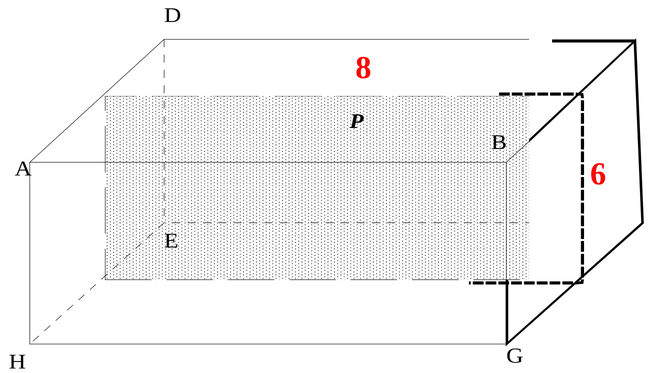



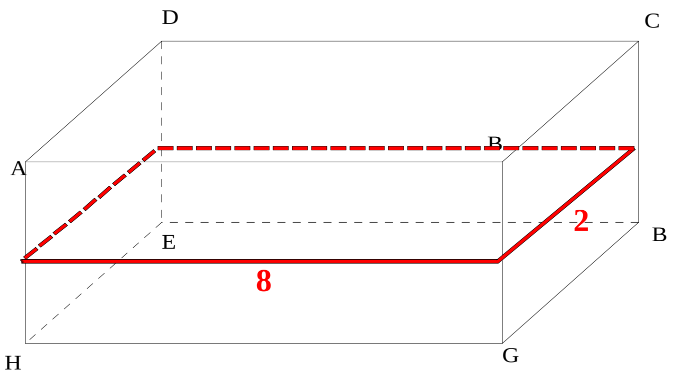



## Exercice n°1:




a. P est un plan parallèle à la face ADEH.

La section obtenue est un rectangle. $\mathcal{A} = 2 \times 6 =$ 12 ( $cm^2$ )

b. P est un plan parallèle à la face ABGH.

La section obtenue est un rectangle. $\mathcal{A} = 8 \times 6 =$ 48 ( $cm^2$ )

c. P est un plan parallèle à ABCD

La section obtenue est un rectangle. $\mathcal{A} = 2 \times 8 =$ 16 ( $cm^2$ )

## Exercice n°2:

**a. P est un plan parallèle à (AB) et passant par D et C.**

La section obtenue est un rectangle.

<u>Calcul de DH :</u>

Dans le triangle ADH rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$DH^2 = AD^2 + AH^2$

$DH^2 = 12^2 + 5^2$

$DH^2 = 144 + 25$

$DH^2 = 169$

DH = 13 (cm)

<u>Calcul de l'aire de la section :</u>

$\mathcal{A} = DH \times DC = 13 \times 16 =$ 208 ( $cm^2$ )

**b. P est un plan parallèle à (BG) et passant par A et I.**

La section obtenue est un rectangle.

<u>Calcul de AI :</u>

Dans le triangle ADI rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AI^2 = AD^2 + DI^2$

$AI^2 = 12^2 + 9^2$

$AI^2 = 144 + 81$

$AI^2 = 225$

AI = 15 (cm)

<u>Calcul de l'aire de la section :</u>

$\mathcal{A} = AI \times AH = 15 \times 5 =$ 75 ( $cm^2$ )

**c. P est un plan parallèle à (BG) et passant par A et C.**

La section obtenue est un rectangle.

<u>Calcul de AC :</u>

Dans le triangle ADC rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AC^2 = AD^2 + DC^2$

$AC^2 = 12^2 + 16^2$

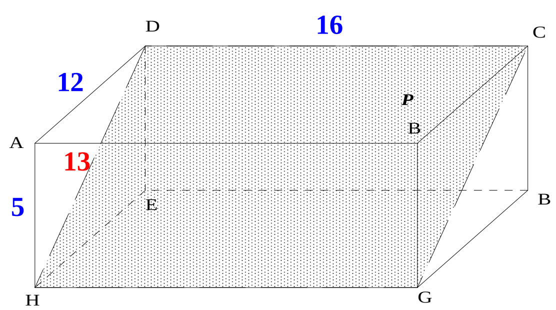
$AC^2 = 144 + 256$

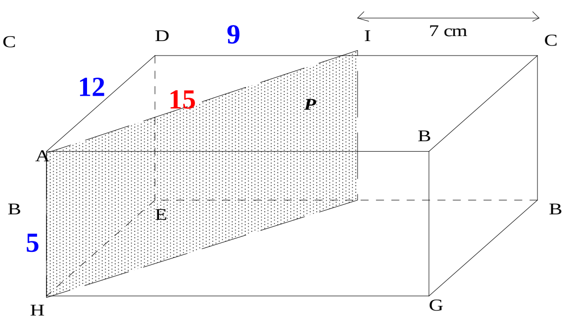
$AC^2 = 400$

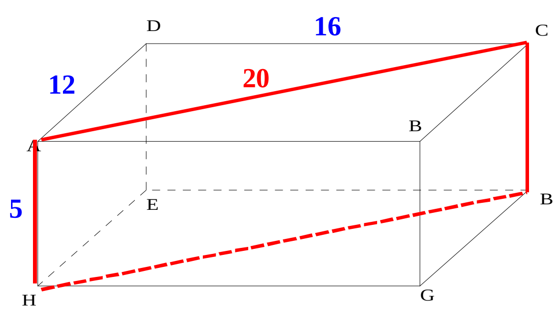
AC = 20 (cm)

<u>Calcul de l'aire de la section :</u>

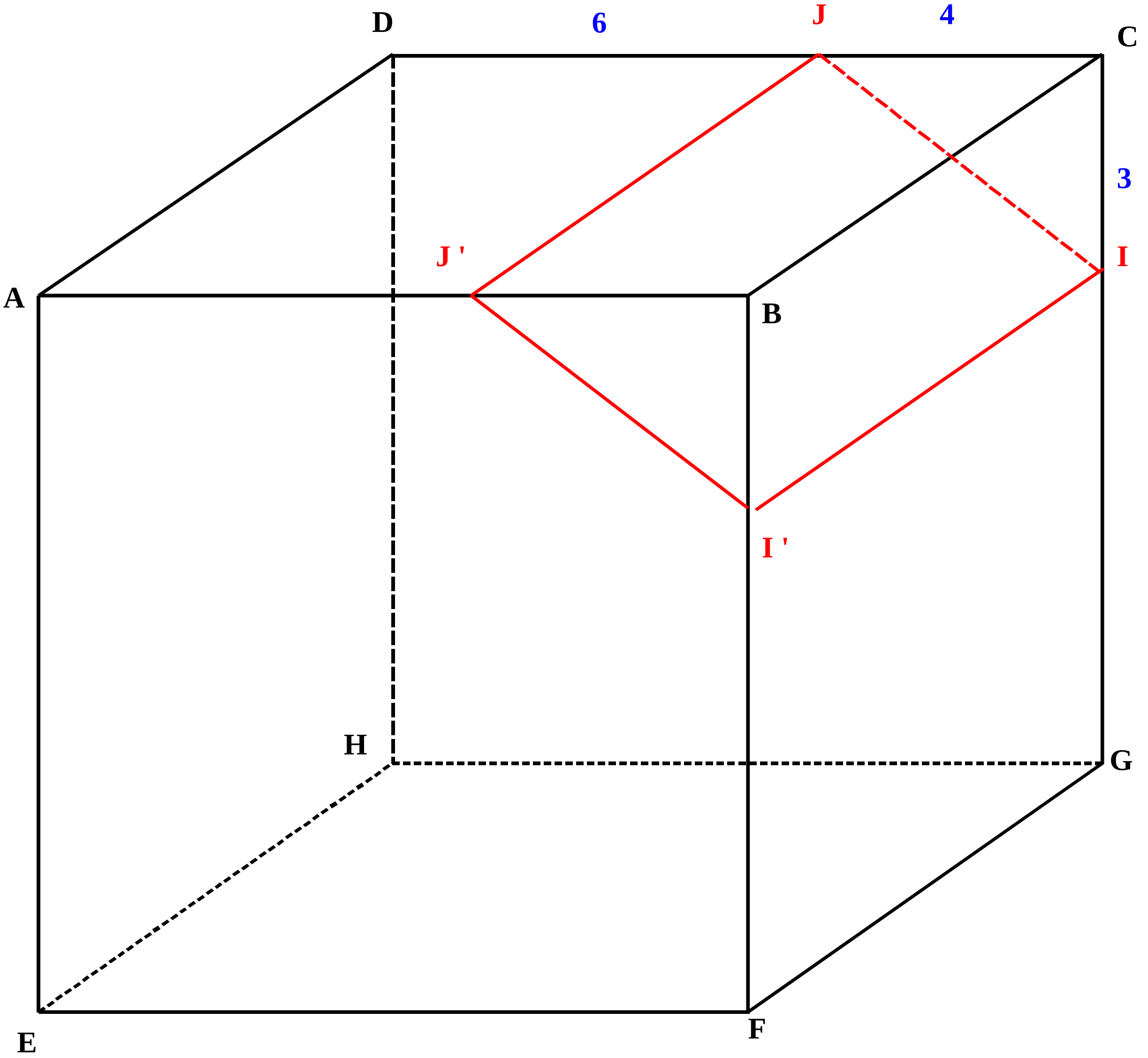
$\mathcal{A} = AC \times AH = 20 \times 5 =$ 100 ( $cm^2$ )



Exercice n°3:




La section obtenue est un rectangle.

Calcul de JI :

Dans le triangle ACI rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$IJ^2 = JC^2 + CI^2$

$IJ^2 = 4^2 + 3^2$

$IJ^2 = 16 + 9$

$IJ^2 = 25$

JI = 5 (cm)

Calcul de l'aire de la section :

$\mathcal{A}$ = J'J × IJ = 10 × 5 = 50 ( cm$^2$ )

## Exercice n°4:

**a. Nature du triangle OAB**

Les points A et B appartiennent au cercle de centre O. Donc, OA et OB sont deux rayons de ce cercle et OA = OB.

Conclusion : OAB est un triangle isocèle en O.

**b. Calcul de BH**

OBH est un triangle rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore, on a :

Dans le triangle ACI rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$OB^2 = BH^2 + HO^2$

$5^2 = BH^2 + 3^2$

$25 = BH^2 + 9$

$BH^2 = 25 - 9$

$BH^2 = 16$

$BH = 4$

Conclusion : BH= 4 cm

**c. Aire de la section**

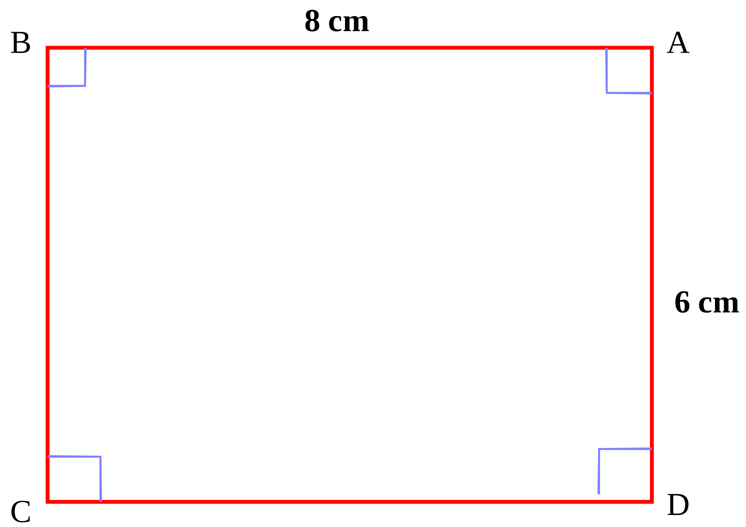
Dans un cylindre, la section par un plan parallèle à l'axe est un rectangle.

Donc ABCD est un rectangle.

$\mathcal{A} = AB \times BC = (2 \times 4) \times 6 = 48$

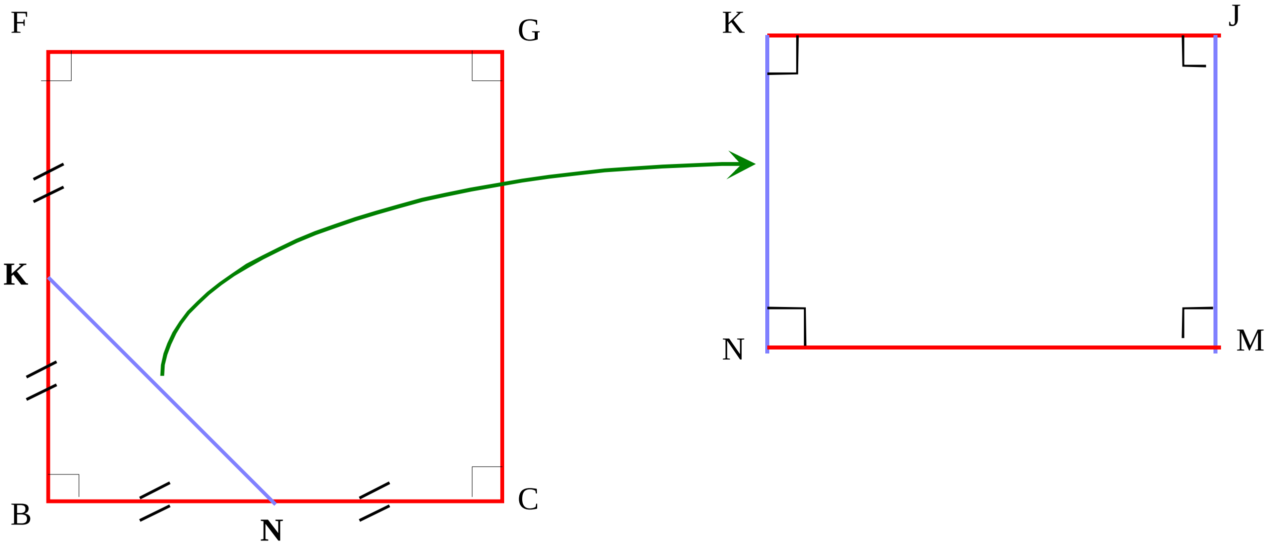
Conclusion : L'aire de la section est 48 $cm^2$

**d.** Dessin de la section en vrai grandeur.



Exercice n°5 : *Sujet Brevet : Groupe Ouest – exercice2*
Donner, sans justifier, la nature de la section JKNM.
La section obtenue est un rectangle.

Quelle est la nature du solide AJMBKN ?
Le solide a deux faces triangulaires qui sont superposables et parallèles et trois faces rectangulaires : le solide AJMBKN est un prisme droit dont la base et un triangle.



## Exercice n°6 :

1. Calcul de A'B'

Sachant que **la section de la pyramide est parallèle à la base alors** les droites (B'A') et (BA) sont parallèles.
De plus les droites (AA') et (BB') sont sécantes en S.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{SB'}{SB} = \frac{SA'}{SA} = \frac{B'A'}{BA}$

D'où $\frac{6}{9} = \frac{A'B'}{8}$ soit $A'B' = \frac{8 \times 6}{9} = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$

Conclusion : A'B'= $\frac{16}{3}$ cm

2. Calcul de l'aire $A_1$ de ABCD.

$A_1$ = AB $\times$ BC = 8 $\times$ 6 = 48. $A_1$ = 48 cm$^2$

3. Calcul de l'aire $A_2$ de A'B'C'D'.

Calcul de A'D'

Les droites (D'A') et (DA) sont parallèles et les droites (AA') et (DD') sont sécantes en S.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{SD'}{SD} = \frac{SA'}{SA} = \frac{D'A'}{DA}$

D'où $\frac{6}{9} = \frac{A'D'}{6}$ soit $A'D' = \frac{6 \times 6}{9} = \frac{36}{9} = 4$

Conclusion : A'D'= 4 cm

Calcul de l'aire $A_2$ de A'B'C'D'

$A_2$ = A'B' $\times$ B'C' = $\frac{16}{3} \times 4 = \frac{64}{3}$ $A_2 = \frac{64}{3}$ cm$^2$

4. Calcule le volume $V_1$ de SABCD.

Le volume d'une pyramide est définie par $\frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

$V_1 = \frac{1}{3} \times A_1 \times SA = \frac{1}{3} \times 48 \times 9 = 144$

Le volume $V_1$ de SABCD est 144 cm$^3$

5. Calcule le volume $V_2$ de SA'B'C'D'.

$V_2 = \frac{1}{3} \times A_2 \times SA' = \frac{1}{3} \times \frac{64}{3} \times 6 = \frac{64 \times 3 \times 2}{3 \times 3} = \frac{128}{3}$

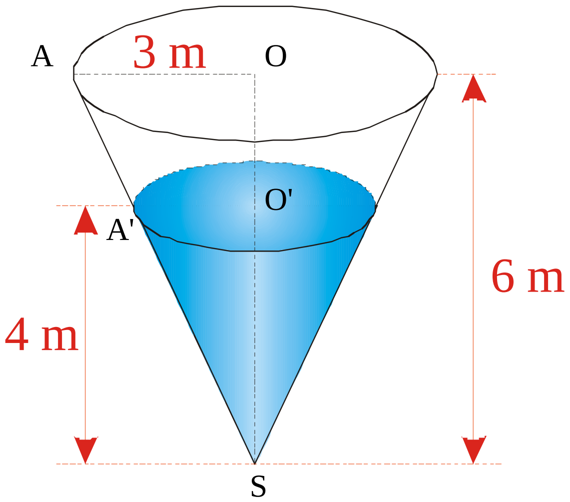
Le volume $V_2$ de SA'B'C'D' est $\frac{128}{3}$ cm$^3$

## Exercice n°7 :

**1.** Calcule le volume exact $V_1$ du bassin.

Le volume d'un cône est définie par

$\frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$




On a : $V_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times OA^2 \times SO = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 18\pi$

Conclusion : $V_1 = 18\pi$ m$^3$

**2.** Quelle est la nature du volume occupé par l'eau ?

On sait que : La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un disque qui est une réduction du disque de base.

Conclusion : le volume occupé par l'eau est un cône de révolution de rayon O'A' et de hauteur SO'

**3.** Calcule le volume d'eau $V_2$ contenu dans le bassin.

Calcul du rayon O'A' :

Sachant que **la section du cône est parallèle à la base alors** les droites (O'A') et (OA) sont parallèles.

De plus les droites (O'O) et (A'A) sont sécantes en S.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{O'A'}{OA}$

D'où $\frac{4}{6} = \frac{O'A'}{3}$ soit $O'A' = \frac{3 \times 4}{6} = \frac{12}{6} = 2$

Conclusion : O'A' = 2 m

Le volume d'un cône est définie par $\frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

On a : $V_2 = \frac{1}{3} \times \pi \times O'A'^2 \times SO' = \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 4 = \frac{16}{3}\pi$

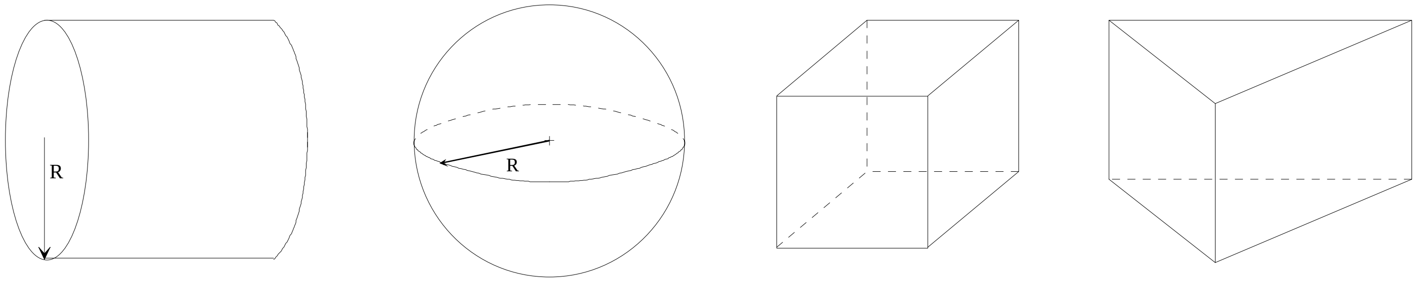
Conclusion : $V_2 = \frac{16}{3}\pi$ m$^3$

**4.** Calcule le volume d'eau $V_3$ qu'il faut ajouter pour remplir le bassin, arrondi au m$^3$ près.

$V_3 = V_1 - V_2 = 18\pi - \frac{16}{3}\pi = \frac{54\pi - 16\pi}{3} = \frac{38}{3}\pi$

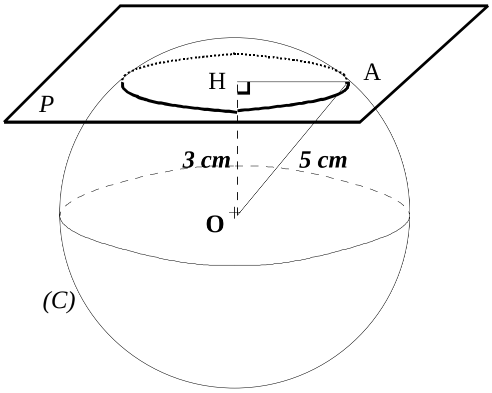
Conclusion : le volume d'eau qu'il faut ajouter est de $\frac{38}{3}\pi$.

## ACTIVITE 3 : SECTION D'UNE SPHERE PAR UN PLAN :




En coupant certains de ces solides par un plan, on peut obtenir comme section un rectangle, un cercle, etc.
Compléter par oui ou par non.

| Solides coupés par un plan: / La section peut être: | cylindre | sphère | cube | prisme |
|---|---|---|---|---|
| un rectangle | **Oui** | **Non** | **Oui** | **Oui** |
| un triangle | **Non** | **Non** | **Oui** | **Oui** |
| un cercle de rayon R | **oui** | **oui** | **non** | **non** |

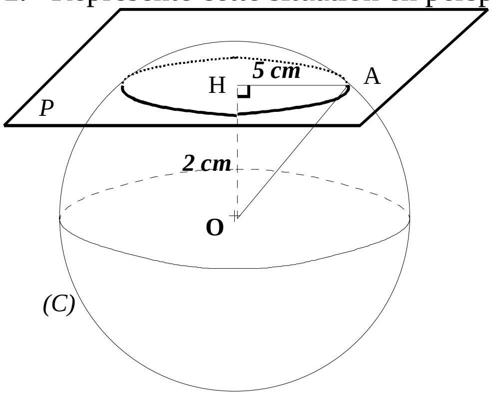



### Exercice n°8 :

La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon HA.
OHA est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore on a :
$OA^2 = OH^2 + HA^2$
$5^2 = 3^2 + HA^2$
$HA^2 = 25 - 9$
$HA = \sqrt{16}$
$HA = 4$
Le rayon de la section mesure 4 cm.

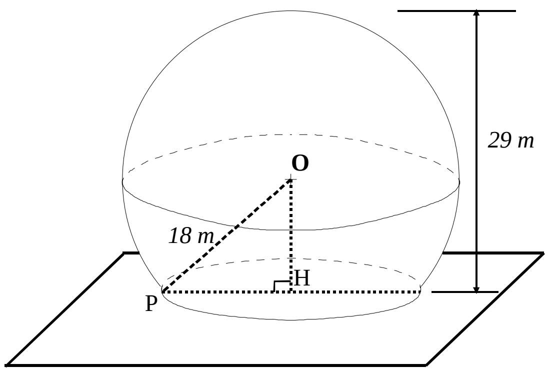
### Exercice n°9 :

**1.** Représente cette situation en perspective et place un point A du cercle ( *C* ) .




**2.** La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon HA.
OHA est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore on a :
$OA^2 = OH^2 + HA^2$
$OA^2 = 2^2 + 5^2$
$OA^2 = 29$
$OA = \sqrt{29}$
$OA \approx 5{,}38$
Le rayon de la sphère mesure environ 5,4 cm

# Exercice n°10 :




**1°)** Calcul de OH

On a : OH = 29 – OP = 29 – 18 = 11. OH mesure 11 m

**2°)** Calcul de PH

La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon PA.

OHP est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$OP^2 = OH^2 + HP^2$

$PH^2 = OP^2 - HO^2$

$PH^2 = 18^2 - 11^2$

$PH = \sqrt{203}$

$PH \approx 14{,}25$

Le rayon de la section mesure environ 14,25 m

**2°)** Calcul du périmètre et l'aire de la surface au sol

Soit P le périmètre, on a : $P = 2\,\pi\,PH \approx 2 \times \pi \times 14{,}25 \approx 89{,}54$

Le périmètre mesure environ 89,54 m

Soit A l'aire, on a : $A = \pi\,PH^2 \approx \pi \times 14{,}25^2 \approx 638$.

L'aire mesure environ 638 m²

# Exercice n°11 :

**1°)** Calcul de OH

On a : OH = 5 – 1 = 4. OH mesure 4 cm

**2°)** Calcul de AH

La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon HA.

OHA est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$OA^2 = OH^2 + HA^2$

$AH^2 = OA^2 - HO^2$

$AH^2 = 5^2 - 4^2$

$AH = \sqrt{9}$

$AH = 3$

Le rayon de la section mesure 3 cm